

**Forschung am IVW Köln, 7/2013**

Institut für Versicherungswesen



# **Sparprozesse mit kollektivem Risikoausgleich - Backtesting**

**Oskar Goecke**

## **Zusammenfassung**

Beim kollektiven Sparen teilt sich das gesamte Sparvermögen in zwei Teile: Zum einen in die Summe der individuellen Sparguthaben und zum anderen in ein kollektives Sparvermögen (kollektive Reserve), das nicht dem einzelnen Sparer zuzurechnen ist, sondern der Gesamtheit aller Sparer. Die kollektive Reserve wird dafür verwendet, kurzfristige Wertschwankungen des angelegten Sparvermögens auszugleichen: Bei einer überdurchschnittlich guten Performance des Gesamtvermögens wird ein Teil der Kapitalerträge der kollektiven Reserve zugeführt. Bei einer schlechten Performance werden Teile der Reserve dafür verwendet, eine kontinuierliche Wertentwicklung der individuellen Guthaben sicher zu stellen. Durch den Auf- und Abbau der kollektiven Reserve werden also die Schwankungen am Kapitalmarkt ausgeglichen. In [Goecke 2011] wurde ein zeitstetiges Modell für den kollektiven Sparprozess vorgestellt und analysiert. In [Goecke 2012] wurde dann das Modell anhand von Monte-Carlo Simulationen getestet. In einem weiteren Schritt soll in der hier vorliegenden Arbeit ein Backtesting durchgeführt werden. Wir untersuchen, wie das Modell des kollektiven Sparens unter Zugrundelegung realer Kapitalmarktdaten sich in der Vergangenheit verhalten hätte. Hierbei vergleichen wir das Modell des kollektiven Sparens mit nicht-kollektiven Anlagestrategien.

## **Abstract**

Collective Saving means that the total assets under investment are split into two parts: Firstly, the sum of all individual savings and secondly, a collective reserve. The collective reserve is designed to smoothen the volatile capital market returns: If the assets perform above-average part of the capital market returns are allocated to the collective reserve. On the other hand, capital market losses can be compensated by releases from the collective reserve. In [Goecke 2011] we have presented a time continuous model of collective saving. In [Goecke 2012] we tested our model using Monte-Carlo Simulations. In this paper we do a backtesting using real market data and compare the performance of the collective saving model in comparison with non-collective saving strategies.

# Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis .....	I
1 Einführung .....	1
2 Modell des kollektiven Sparprozesses .....	1
2.1 Grundzüge des zeitstetigen Modells.....	1
2.2 ALM-Strategien.....	3
2.2.1 Die Reservequote als zentrale Steuerungsgröße.....	3
2.2.2 Parameter der Basis-Strategie.....	3
2.3 Kapitalmarktdaten für das Backtesting .....	5
2.3.1 Renten- und Aktienanlage .....	5
2.3.2 Konkretisierung der ALM-Regeln für das Backtesting.....	9
2.4 Referenzmodell.....	10
2.4.1 Darstellung des Referenzmodells .....	10
2.4.2 Auswertung des Referenzmodells .....	12
2.5 Modifikation der Parameter im Basismodell .....	17
2.5.1 Änderung der Steuerungsgrößen $a$ und $b$ .....	17
2.5.2 Änderung der Start-Reservequote .....	21
2.5.3 Änderung der Ziel-Aktienquote (vgl. Abbildung 14 und Tabelle 8).....	24
2.6 Modifikation des Basismodells .....	27
3 Fazit und Ausblick .....	30
Literatur .....	32
Abbildungsverzeichnis.....	33
Tabellenverzeichnis .....	35

# SPARPROZESSE MIT KOLLEKTIVEM RISIKOAUSGLEICH BACKTESTING

## 1 Einführung

In [Goecke 2011] wurde ein zeitstetiges Modell des kollektiven Sparens vorgestellt und analysiert. Mit Hilfe umfangreicher Monte Carlo Simulationen wurde in [Goecke 2012] eine zeitdiskrete Version des Modells des kollektiven Sparens untersucht und mit nicht-kollektiven Sparformen verglichen. Anhand abgeleiteter Rendite-Risiko-Profile konnte ein komparativer Vorteil des kollektiven Sparens gegenüber individuellem Sparen nachgewiesen werden.

Im Folgenden soll untersucht werden, wie das kollektive Sparmodell unter Zugrundelegung realer Kapitalmarktdaten in der Vergangenheit im Vergleich mit anderen Sparformen abgeschnitten hätte.

## 2 Modell des kollektiven Sparprozesses

### 2.1 Grundzüge des zeitstetigen Modells

Ausgangspunkt ist das folgende einfache Bilanzschema - vgl. Abbildung 1. Das *Gesamtvermögen* des Sparerkollektivs  $P(t)$  besteht aus einem *kollektiven Anteil*  $R(t)$  und einem *individuellen Anteil*  $V(t)$ . Der individuelle Anteil umfasst die Summe aller Sparguthaben der einzelnen Sparer im Kollektiv. Der kollektive Anteil, auch als kollektive Reserve bezeichnet, repräsentiert Vermögensansprüche des Gesamtkollektivs, ohne dass der einzelne Sparer auf einen konkret zu bestimmenden Anteil Anspruch hätte.

$P(t)$ Kapitalanlagen	$R(t)$ kollektive Reserve
	$V(t)$ individuelle Guthaben

ABBILDUNG 1: Vereinfachtes Bilanzschema

Wir treffen die Annahme, dass die Summe der zufließenden Sparbeiträge exakt der Summe der ausgezahlten Sparguthaben entspricht. Hierbei unterstellen wir, dass sowohl die zufließenden Sparbeiträge als auch die abfließenden (fälligen) Sparguthaben in der Bilanzposition  $V(t)$  gegengebucht werden, so dass die Saldierung von zufließenden und abfließenden Mitteln reserveneutral erfolgt. Dies bedeutet, dass die Wertentwicklung des Gesamtvermögens  $P(t)$  ausschließlich vom Kapitalanlageergebnis abhängt.

Der kollektive Sparprozess wird von einem *ALM-Manager*<sup>1</sup> gesteuert. Wir unterstellen, dass der *ALM-Manager* selbstlos für das Sparerkollektiv tätig wird und bestrebt ist, das Vermögen möglichst ertragreich anzulegen. Zur Steuerung des kollektiven Sparprozesses stehen ihm zu jedem Zeitpunkt zwei Steuerungsparameter  $(\sigma, \eta)$  zur Verfügung. Mit  $\sigma \geq 0$  bezeichnen wir die *Risikoexposition* und gehen davon aus, dass mit steigender Risikoexposition eine höhere Renditeerwartung verbunden ist - vgl. Abbildung 2. In einem Black-Scholes Kapitalmarktmodell würde man  $\sigma$  als die Volatilität der Kapitalanlagen interpretieren;  $\sigma = 0$  bedeutet dann, dass die Kapitalanlage sicher ist.

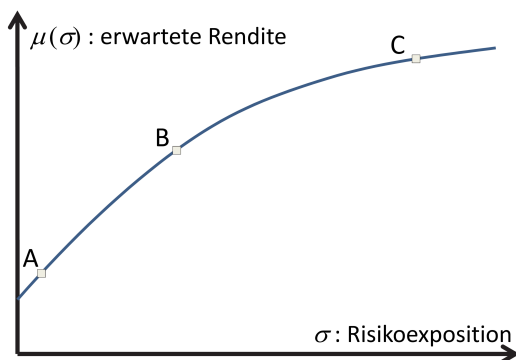


ABBILDUNG 2: Rendite-Risiko-Profil des Kapitalmarkts

Der zweite Steuerungsparameter ist die *Deklaration*  $\eta$ . Der Deklarationssatz  $\eta$  legt fest, wie die individuellen Guthaben fortgeschrieben werden. Hierbei interpretieren wir  $\eta$  als Zinsintensität; d. h. ist als  $\eta$  die zum Zeitpunkt  $t$  gewählte Deklaration, so gilt

$$V(t + \Delta) = e^{\Delta\eta} V(t) \text{ bzw. } \eta = \frac{1}{\Delta} \ln\left(\frac{V(t + \Delta)}{V(t)}\right).$$

Wir können das Paar  $(\sigma, \eta)$  als *ALM-Position* bezeichnen, denn die Wahl von  $\sigma$  legt die Asset-Allokation fest, während  $\eta$  die Verpflichtungsseite (Liabilities) bestimmt. Man beachte hier das *Prinzip der Vorausdeklaration*, denn mit der Festlegung der

---

<sup>1</sup> Selbstverständlich meinen wir mit „Manager“ sowohl einen männlichen also auch einen weiblichen Manager. Aus Gründen der besseren Lesbarkeit beschränken wir uns auf die grammatikalisch männliche Form. Ebenso meinen wir mit Sparern auch Sparerinnen.

ALM-Position zum Zeitpunkt  $t$  steht die Größe  $V(t + \Delta)$  bereits fest, während  $P(t + \Delta)$  für  $\sigma > 0$  stochastisch ist.

## 2.2 ALM-Strategien

### 2.2.1 Die Reservequote als zentrale Steuerungsgröße

Unter einer *ALM-Strategie* wollen wir ein Regelwerk verstehen, das es dem ALM-Manager erlaubt, zum jedem Zeitpunkt  $t$  (unter Berücksichtigung der bis zum Zeitpunkt  $t$  gemachten Erfahrungen) die ALM-Position (Asset-Allokation und Deklaration) für das nächsten Zeitintervall  $dt$  (bzw.  $\Delta t$ ) festzulegen.

Die wichtigste Steuerungsgröße des ALM-Prozesses ist die Reservequote. Mehr aus technischen Gründen definieren zunächst die *logarithmische Reservequote* (log-Reservequote). Beobachten wir zum Zeitpunkt  $t$  die Bilanzgrößen  $P(t)$ ,  $V(t)$  und  $R(t) = P(t) - V(t)$ , so setzen wir:

$$\rho(t) := \ln\left(\frac{P(t)}{V(t)}\right) = -\ln\left(\frac{P(t) - R(t)}{P(t)}\right) = -\ln(1 - RQ(t)),$$

wobei  $RQ(t) := \frac{R(t)}{P(t)}$  die übliche Reservequote darstellt. Es gilt  $\rho(t) > 0 \Leftrightarrow RQ(t) > 0$

und für kleine Werte von  $RQ(t)$  gilt  $\rho(t) \approx RQ(t)$ . Für  $RQ \rightarrow 1$  gilt  $\rho \rightarrow +\infty$ . Im Grunde ist es egal, ob man auf die log-Reservequote oder die „normale“ Reservequote abstellt. Für das zeitstetige Modell stellt sich aber heraus, dass der Übergang zur log-Reservequote die Darstellung erheblich vereinfacht. Insbesondere kann man zeigen, dass unter sehr plausiblen Annahmen der stochastische Prozess  $(\rho(t))_{t \geq 0}$  eine besonders einfache Darstellung hat. Wir werden daher im Folgenden stets auf die log-Reservequote abstellen, sie wird bei der Formulierung der ALM-Strategien eine Schlüsselgröße sein.

### 2.2.2 Parameter der Basis-Strategie

Der ALM-Manager verfolgt eine *strategische Risikoexposition*  $\hat{\sigma} > 0$  und eine *strategische Reservequote*  $RQ_{Ziel}$  - wie setzen  $\rho_{Ziel} := -\ln(1 - RQ_{Ziel})$ . In Abhängigkeit von der im Zeitpunkt  $t$  beobachteten Reservequote  $\rho(t)$  legt er die *taktische Risikoexposition*  $\sigma(t)$  fest und zwar nach folgender Regel

$$\sigma(t) = \hat{\sigma} + a(\rho(t) - \rho_{Ziel}), \quad (\text{ALM-Regel 1})$$

wobei hier  $a \in \mathbb{R}$  die Anpassungsgeschwindigkeit bestimmt, von der wir annehmen, dass sie konstant ist. Wählen wir  $a = 0$ , so bedeutet dies, dass die Risikoexposition unabhängig von der aktuellen Reservesituation stets unverändert bleibt. Plausibel ist es sicherlich  $a > 0$  anzunehmen, denn fällt die aktuelle Reserve hinter die Zielreserve, so liegt es nahe, dass der ALM-Manager vorsichtiger anlegt. Allerdings ist auch festzuhalten, dass  $a > 0$  zu einer prozyklischen Asset-Allokation führt.

Die Deklaration ist bestimmt durch das Ziel, die Versicherungsnehmer *fair* am Kapitalertrag des Gesamtportfolios zu beteiligen. Wir unterstellen daher, dass - sofern die Ist-Reservequote der Zielreservequote entspricht - die Deklaration sich an der erwarteten Rendite des Portfolios orientiert. Bezeichnen wir also mit  $\mu(\sigma(t))$  die erwartete Portfoliorendite (genauer: die Drift), so ist  $\eta = \mu(\sigma(t))$  zu wählen. Allerdings erfolgt auch hier eine Anpassung an die Reservequote:

$$\eta(t) = \mu(\sigma(t)) + b(\rho(t) - \rho_{Ziel}); \quad (ALM-Regel 2)$$

hierbei ist  $b$  ein konstanter Parameter. Der Parameter  $b$  steuert den Risikoausgleich zwischen den einzelnen Sparergenerationen. Ist nämlich  $b > 0$  und  $\rho(t) < \rho_{Ziel}$ , so wird die aktuelle Deklaration reduziert und die Reserveposition wird (*im Erwartungswert*) gestärkt. Eine Reduktion der Deklaration bedeutet jedoch, dass die Sparergeneration, deren Verträge kurz vor der Fälligkeit stehen, den Reserveaufbau finanziert, der anschließend den nachfolgenden Sparergenerationen zugute kommt.

Schließlich müssen wir auch festlegen, welche Struktur die Startbilanz hat bzw. wie hoch die anfängliche Reservequote  $RQ(0)$  bzw. die anfängliche log-Reservequote  $\rho_0 = -\ln(1 - RQ(0))$  bzw. ist. Sind die Parameter  $\rho_{Ziel}, \hat{\sigma}, a, b$  und die Stochastik des Kapitalmarktes gegeben, so ist mit Vorgabe des Startreserve  $\rho_0$  das kollektive Modell eindeutig bestimmt.

Für die Fortschreibung der Assets gilt: <sup>2</sup>

$$\sigma(t) = \hat{\sigma} + a(\rho(t) - \rho_{Ziel}), \quad d \ln(P(t)) = \mu(\sigma(t)) dt + \sigma(t) dW_t,$$

und für die Liabilities gilt:

$$\eta(t) = \mu(\sigma(t)) + b(\rho(t) - \rho_{Ziel}), \quad d \ln(V(t)) = \eta(t) dt.$$

Hieraus folgt für die Fortschreibung der log-Reservequote:

---

<sup>2</sup> Eine detaillierte Beschreibung des zeitstetigen Modell findet sich in [Goecke 2011].

$$d\rho(t) = d \ln \left( \frac{P(t)}{V(t)} \right) = (\mu(\sigma(t)) - \eta(t)) dt + \sigma(t) dW_t.$$

## 2.3 Kapitalmarktdaten für das Backtesting

### 2.3.1 Renten- und Aktienanlage

Für das Backtesting legen wir zwei Anlageformen zugrunde: Eine Anlage in ein Rentenportfolio mit deutschen Staatsanleihen, repräsentiert durch den Rentenindex REXP,<sup>3</sup> und eine Anlage in ein Aktienportfolio, repräsentiert durch den Aktienindex DAX.<sup>4</sup> Zeitreihen mit den monatlichen Endständen liegen für den REXP ab Januar 1967 und für den DAX ab 1987 vor. Die Deutsche Bundesbank veröffentlicht auch DAX-Werte für die Zeit vor 1987. Diese wurden allerdings auf Grundlage des (Kurs-)Indexes der Börsenzeitung zurückgerechnet. Insbesondere werden bei dieser Rückrechnung Dividendenzahlungen und andere Vorteile aus dem Aktienbesitz nicht berücksichtigt. Da wir mit Hilfe der DAX-Zeitreihe jedoch die *Performance* eines gut gemischten Aktienportfolios repräsentieren wollen, müssen die rückgerechneten DAX-Werte korrigiert werden. Wir stützen uns im Folgenden auf die von Stehle, Huber und Meier<sup>5</sup> berechneten korrigierten DAX-Werte.

Die Abbildung 3 zeigt die Wertentwicklung einer Investition vom Betrag 1 zum Monatsultimo Januar 1967 in den jeweiligen Index bzw. bei monatlich revolvingender Anlage als Monatsgeld. Man erkennt, dass die Korrektur des DAX nach Stehle, Huber und Meier für die Zeit vor 1987 einen gravierenden Einfluss hat. Die sichere Anlage (hier revolvingende Anlage als 1-Monatsgeld) ist nahezu durchgängig ungünstiger als die Anlage in den Rentenindex. Somit bestätigt diese Auswertung die Grundannahme, dass sich Risiko lohnt.

---

<sup>3</sup> ISIN: DE0008469115. Es handelt sich um einen Performance-Index, der von der Deutschen Börse AG berechnet wird- vgl. [http://dax-indices.com/DE/MediaLibrary/Document/REX\\_L\\_3\\_10\\_d.pdf](http://dax-indices.com/DE/MediaLibrary/Document/REX_L_3_10_d.pdf). Datenreihe steht in der Zeitreihendatenbank der Deutschen Bundesbank als Zeitreihe BBK01.WU3141 zur Verfügung.

<sup>4</sup> ISIN: DE0008469008. Es handelt sich um einen Performance-Index, der von der Deutschen Börse AG berechnet wird- vgl. [http://dax-indices.com/DE/MediaLibrary/Document/Equity\\_L\\_6\\_19\\_d.pdf](http://dax-indices.com/DE/MediaLibrary/Document/Equity_L_6_19_d.pdf). Datenreihe steht in der Zeitreihendatenbank der Deutschen Bundesbank als Zeitreihe BBK01.WU046A zur Verfügung.

<sup>5</sup> [Stehle e.a. 1996]; hier insbesondere Tabelle 3 S. 296.



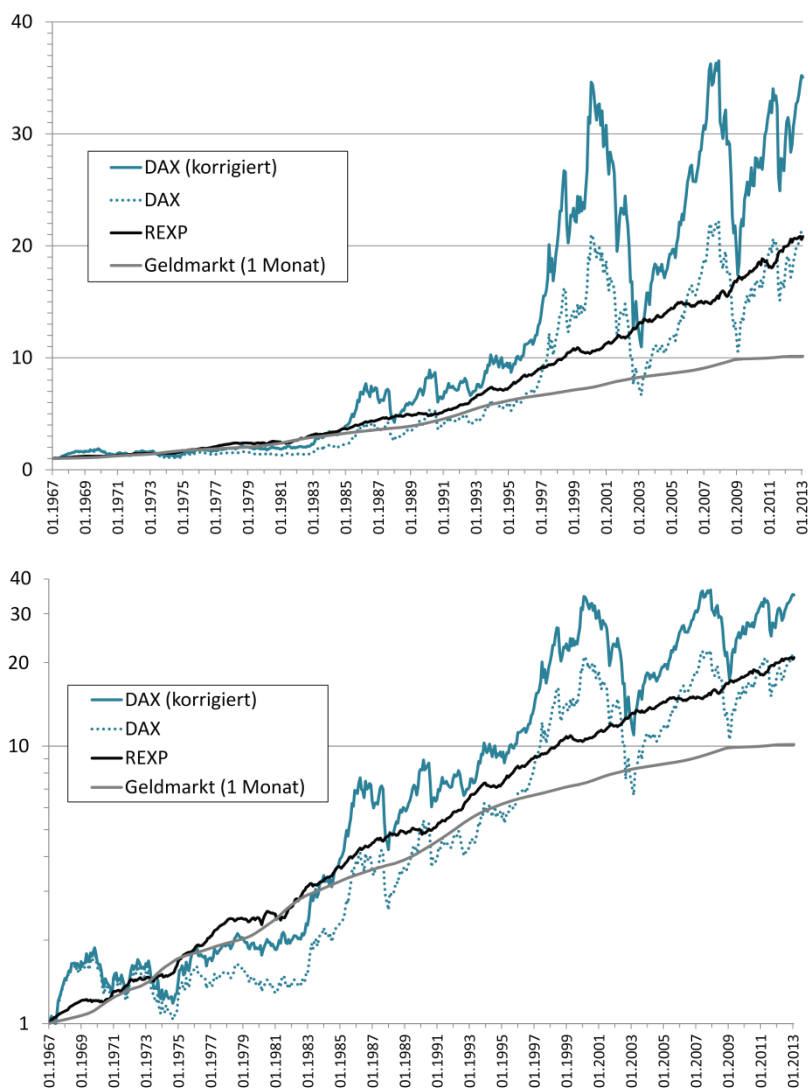


ABBILDUNG 3A-B: Wertentwicklung verschiedener Anlagenformen. Zugrunde gelegt wurde ein Investment vom Betrage 1 zum Monatsende Januar 1967. Untere Abbildung verwendet eine logarithmische Skala.

Die Abbildung 4A-F zeigen, dass bei langfristigen Sparprozessen ein gewisser Risikoausgleich zu beobachten ist. Während bei 10-jährige Spardauer der DAX-Sparer noch befürchten musste, nach Ablauf von 10 Jahren weniger ausgezahlt zu bekommen als die Summe der Sparbeiträge, besteht dieses Risiko bei 20- und 30-jährigen Verträgen nicht. Bei 20-jähriger Spardauer ist die Ablaufrendite beim DAX-Sparplan bisweilen sogar niedriger als bei einer Geldmarktanlage. Bei 30-jähriger Spardauer ist fast durchgängig das Endergebnis eines DAX-Sparplans besser als eines REXP-Sparplans, und durchgängig deutlich besser als eine Geldmarktanlage.

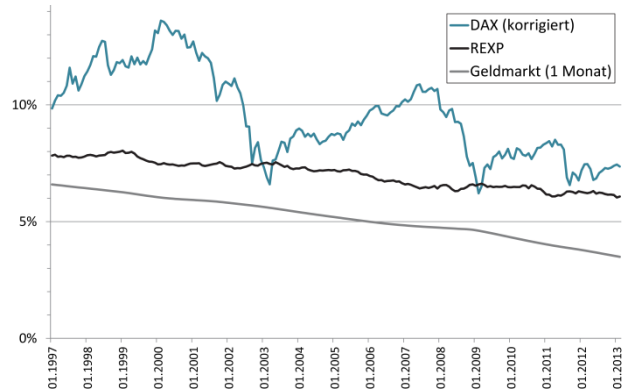
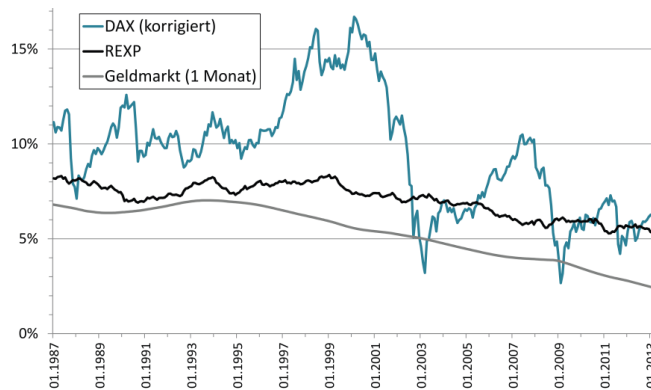
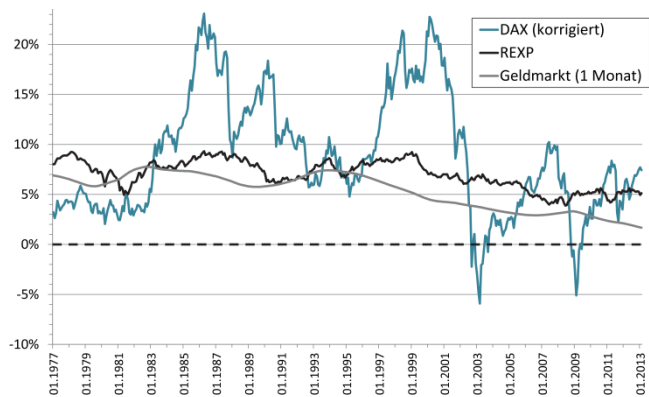
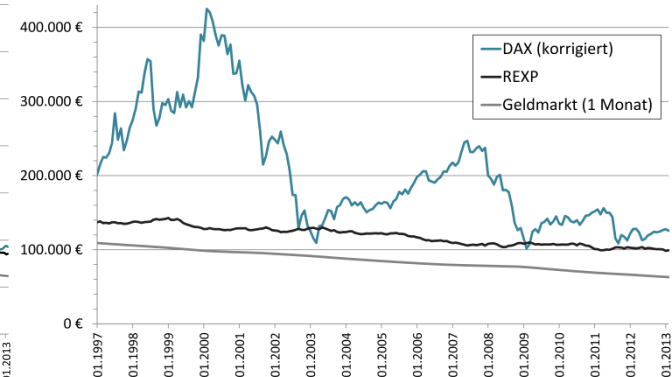
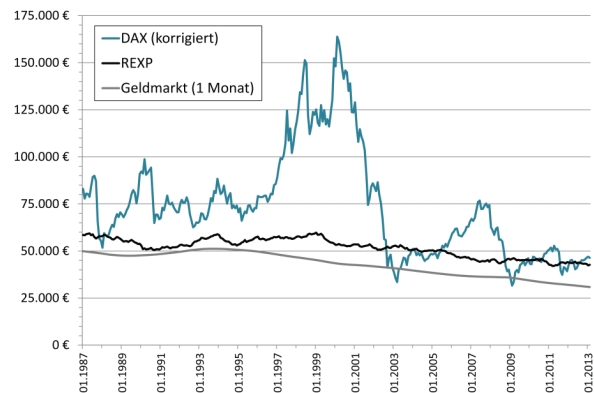
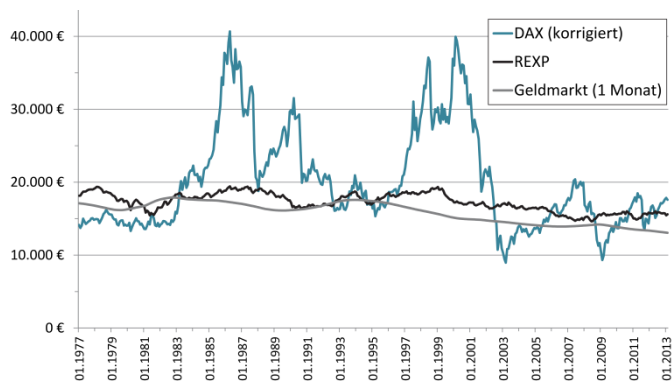


ABBILDUNG 4A-F: Ablaufleistung (obere Reihe) und Rendite (untere Reihe) 10-/ 20- und 30-jähriger Sparpläne mit monatlich vorschüssiger Sparrate von 100€. Auf der Abszisse ist jeweils das Fälligkeitsdatum des Sparvertrages abgetragen. Ausgehend vom frühesten Beginn (1.2.1967) wird der erste Sparplan Ende Januar 1977 bzw. 1987 bzw. 1997 fällig.

Gleichwohl wird man einen DAX-Sparplan, auch wenn er über 20 oder 30 Jahre läuft, als risikoreicher einstufen als einen REXP-Sparplan. Bei den DAX-Sparplänen beobachten wir, dass nahe aufeinander folgende Sparergenerationen sehr unterschiedlich abschneiden. Beispielsweise erzielt die Sparergeneration, die einen 20-jährigen Sparplan Ende Februar 2000 auflöst, ein Endvermögen von rund 163.800€; dies entspricht einer Rendite von 16,70%. Die Sparergeneration, die Ende März 2003 ihren Sparplan auflöst erzielt nur noch ein Endvermögen von 33.500€ (Rendite 3,21%). Akzeptiert man als Leitmotiv einer kapitalgedeckten Altersvorsorge, dass die Sparer fair am Produktionsfaktor Kapital beteiligt werden sollen, so zeigt das Beispiel, dass hier zwei Sparergenerationen, die nur 3 Jahre auseinander liegen eben nicht fair beteiligt wurden: Die eine Generation ist übermäßig beteiligt worden und die andere Generation hat keinen fairen Anteil erhalten.

Um zu verdeutlichen, warum ein Aktiensparplan als risikoreich empfunden wird auch bei einem sehr langfristigen Sparprozess, betrachten wir exemplarisch die Wertentwicklung des Vermögens eines Sparerers, der beginnend im März 1977 mtl. 100€ in einen Sparvertrag eingezahlt hat - vgl. Abbildung 5. Hat er in den DAX investiert, so ist sein Endvermögen nur geringfügig geringer als bei einer REXP-Anlage (109.200€ gegen über 128.418€). Aber er wird auch den Eindruck haben, dass er ein erhebliches Vermögen verloren hat.

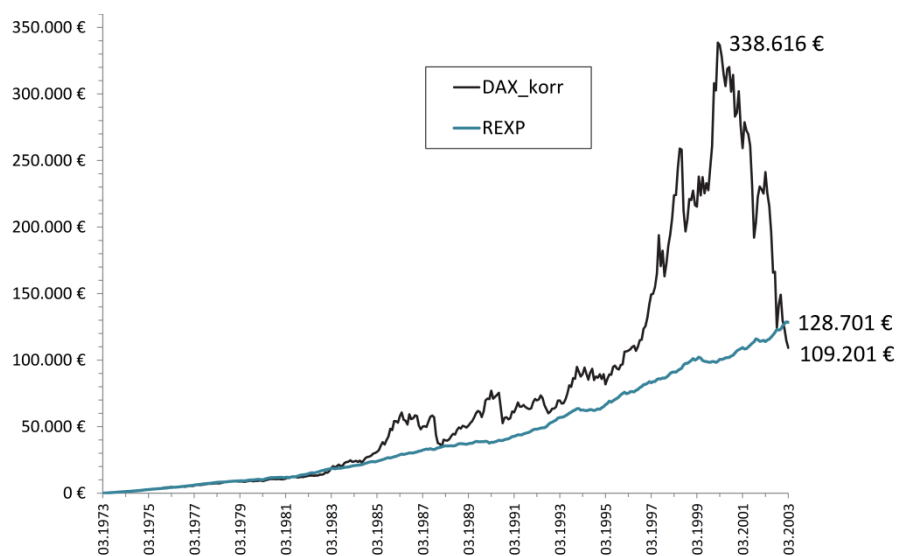


ABBILDUNG 5: Wertentwicklung eines DAX- und REXP-Sparvertrages (03.1973 - 03.2003) mit 360 Monatsraten von je 100€.

### 2.3.2 Konkretisierung der ALM-Regeln für das Backtesting

Die Risikoexposition steuert der ALM-Manager über die *Aktienquote*; d.h. zu Beginn jeden Monats bestimmt der ALM-Manager eine Aktienquote und investiert den entsprechenden Anteil in den DAX, den Rest in den REXP. Während des Monats erfolgt keine Umschichtung; es wird also zwischen den Monaten eine Buy-and-Hold Strategie verfolgt. Da das Symbol  $\sigma$  in der Fachliteratur in aller Regel die Volatilität bezeichnet, wollen wir hier für die Aktienquote das Symbol  $\beta$  verwenden. Bezeichnen wir mit  $\sigma_{DAX}$  die Volatilität des DAX, so entspricht einer Aktienquote von  $\beta$  einer Volatilität von  $\sigma = \beta \sigma_{DAX}$ . Wir unterstellen für unsere Untersuchungen einen Wert von  $\sigma_{DAX} = 20\%$ .<sup>6</sup> Eine Aktienquote von beispielsweise  $\beta = 50\%$  entspricht dann einer Risikokennzahl (Volatilität) von  $\sigma = 10\%$ . Bei einer Aktienquote von  $\beta = 0$  erfolgt die Anlage vollständig in Rentenpapieren. Eine solche Anlage aber nicht sicher in dem Sinne ist, dass das Portfolioergebnis für den Anlagehorizont von einem Monat sicher vorhergesagt werden kann. Wir entfernen uns hier also vom theoretischen Modell, bei dem unterstellt wird, dass die sichere Anlage in Geldmarktpapieren erfolgt. Schließlich müssen wir abweichend vom theoretischen Modell die *ALM-Regel 1* dahingehend ergänzen, dass die Aktienquote stets zwischen 0 und 100% liegt, dass also stets gilt  $0 \leq \sigma \leq \sigma_{DAX}$ .

Zur Bestimmung der Deklaration nach *ALM-Regel 2* muss  $\mu(\sigma)$  geschätzt werden. In Anlehnung an das Black-Scholes Kapitalmarktmodell setzen wir für die Drift

$$\mu(\sigma) = \mu_{1M} + r_{SR} \sigma - \frac{1}{2} \sigma^2.$$

Hierbei steht  $\mu_{1M}$  für den Zins auf Geldmarktpapiere mit 1-monatiger Laufzeit.<sup>7</sup>

Der Faktor  $r_{SR}$ , den wir in Anlehnung an die Kapitalmarkttheorie als *Sharpe-Ratio* bezeichnen wollen, gibt an, welche Überrendite je Risikoeinheit erwartet werden kann.

*Bemerkung:* Unterstellen wir, dass der DAX einer *geometrisch Brownschen Bewegung* mit Drift  $\mu(\sigma_{DAX})$  folgt, so gilt:

$$\mathbf{E} \left( \ln \left( \frac{DAX_{+1Jahr}}{DAX_{heute}} \right) \right) = \mu(\sigma_{DAX}) = \mu_{1M} + 0,2 r_{SR} - 0,02 \quad \text{und}$$

<sup>6</sup> Die Volatilität der DAX-Verzinsung hängt von dem Betrachtungshorizont ab. Legt man die korrigierten DAX-Werte von Dez. 1954 bis Feb. 2013 zugrunde, so ergibt sich eine annualisierte Volatilität von 19,88%. Betrachtet man rollierende 60-Monate Zeitabschnitte, so ergibt sich ein Maximum von 30,4% und ein Minimum von 9,5%.

<sup>7</sup> Zugrunde gelegt wurden bis Dez. 1998 die Datenreihe BBK01.SU0104 (Monatsgeld am Frankfurter Bankplatz) und ab Jan. 1999 die Datenreihe BBK01.SU0310 (EURIBOR Einmonatsgeld); Quelle: Deutsche Bundesbank.

$$\mathbf{E}(DAX_{+1Jahr}) = DAX_{heute} \exp(\mu_{1M} + 0,2 r_{SR}).$$

Wir wollen hier einen Wert von  $r_{SR} = 0,225$  unterstellen, dies entspricht einer Risikoprämie auf das Monatsgeld von 4,5%. Die Schätzung der erwarteten Portfolio-Rendite  $\mu(\sigma)$  in der *ALM-Regel 2* ist problematisch, denn die Risikoprämie bzw. die Sharpe-Ratio  $r_{SR}$  kann nicht unmittelbar am Kapitalmarkt abgelesen werden, sondern muss letztlich über eine Zeitreihenanalyse erfolgen. Strukturelle Marktveränderungen, die auf die Risikoprämie einwirken, könnten so nicht rechtzeitig berücksichtigt werden.

## 2.4 Referenzmodell

### 2.4.1 Darstellung des Referenzmodells

Wir wollen zunächst ein konkretes Beispiel durchrechnen, das im Folgenden als Referenzmodell fungieren soll. Wir unterstellen, dass in der Ausgangssituation (Stichtag 31.1.1967) unsere Bilanz die folgende Struktur hat:  $P(0) = 100$ ,  $V(0) = 80$  und  $R(0) = 20$ .

Die *anfänglich log-Reservequote* beträgt also  $\rho_0 = \ln\left(\frac{100}{80}\right) = 18,23\%$ . Wir wollen im

Referenzmodell unterstellen, dass  $\rho_{Ziel} = \rho_0$ . Als *strategische Risikoexposition* wählen

wir  $\hat{\sigma} = 0,1$ , somit ist  $\hat{\beta} = \frac{\hat{\sigma}}{\sigma_{DAX}} = 50\%$  unsere *strategische Aktienquote*. Die Steuer-

ungsparameter setzen wir auf  $a = 0,6$  und  $b = 0,3$ .

Da zum Zeitpunkt  $t = 0$  die Ist-Reservequote mit der Ziel-Reservequote übereinstimmt, wählen wir  $\beta(0) = \hat{\beta}$  und wir deklarieren ein Guthabenzins von

$$\eta(0) = \mu(\sigma(0)) = \mu(\hat{\sigma}) = \mu_{1M} + r_{SR} \hat{\sigma} - \frac{1}{2} \hat{\sigma}^2 = 0,06866829,$$

dies entspricht einer monatlichen Zinsintensität von  $0,06866829 / 12 = 0,5722\%$ .<sup>8</sup>

Hieraus ergibt sich:

$$V(1) = V(0) \cdot \exp(0,06866829 / 12) = 80,4591$$

Die Guthaben der Sparer (Summe der individuellen Ansprüche) zum Ende des Monats steht somit schon zu Beginn des Monats fest.

---

<sup>8</sup> Der durchschnittliche Zinssatz für 1-Monatsgeld des Monats Februar 1967 betrug 5,25% (Datenreihe BBK01.SU0104); dies entspricht einem Jahreszins (als Zinsintensität) von  $\ln(1+0,0525) = 0,0511683$ . Wir unterstellen hier, dass der durchschnittliche Zinssatz des Monats bereits zu Beginn des Monats realisiert werden kann.

Für die Wertentwicklung des Portfolios gilt:

$$P(1) = P(0) \left( \beta(0) \cdot \frac{DAX_{2.1967}}{DAX_{1.1967}} + (1 - \beta(0)) \frac{REXP_{2.1967}}{REXP_{1.1967}} \right) = 101,9998.$$

Somit ergibt sich zum Ende des Monats eine Reservequote von  $RQ(1) = \frac{P(1) - V(1)}{P(1)} =$

21,12%; dies entspricht einer log-Reservequote von  $\rho(1) = 23,72\%$ .

Die Abbildung 6 zeigt den Verlauf der relevanten Größen für den Zeitraum Feb. 1967 bis Feb. 2013. In diesem Zeitraum schwankt die Reservequote zwischen 2,55% (Minimum Mai 1981) und 56,07% (Maximum Juni 1998); die mittlere Reservequote beträgt 23,62%. Die Aktienquote beträgt im Mittel 57,28%, die minimale Aktienquote beträgt 0%, die maximal 100%. In der Abbildung 6 wurde die Deklaration, die jeweils monatlich im Voraus festgelegt wird, als mtl. Zinsintensität dargestellt. Es fällt auf, dass es Phasen mit einer negativen Verzinsung gibt, d.h. die Guthaben der Sparer wurden gekürzt (Mittelwert = 0,70%, Minimum -0,13%, Maximum 2,06%). Dies ist eine Konsequenz der ALM-Regel 1, bei der eine negative Deklaration nicht ausgeschlossen ist. Die Abbildung 6 zeigt deutliche Schwankungen der monatlichen Deklaration mit teils negativen Werten.

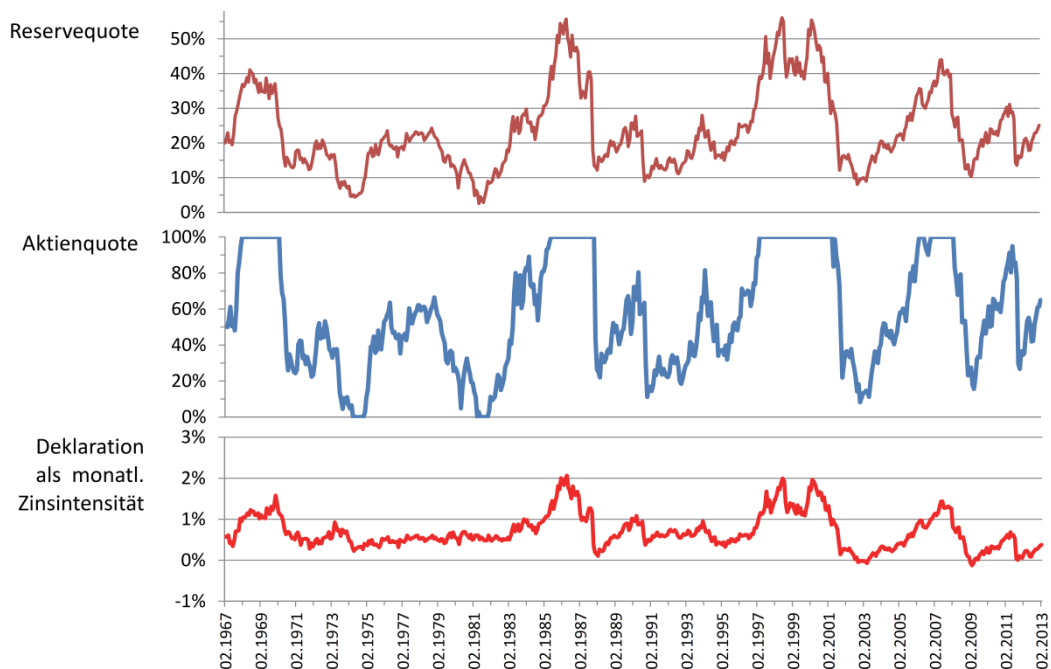


ABBILDUNG 6: Verlauf der Reservequote, Aktienquote und Deklaration im Referenzmodell.

Stellen wir auf eine jährliche Betrachtungsweise<sup>9</sup> ab, so sind die Schwankungen deutlich schwächer und die 1-jährige Guthabenverzinsung ist strikt positiv - vgl. Abbildung 7.

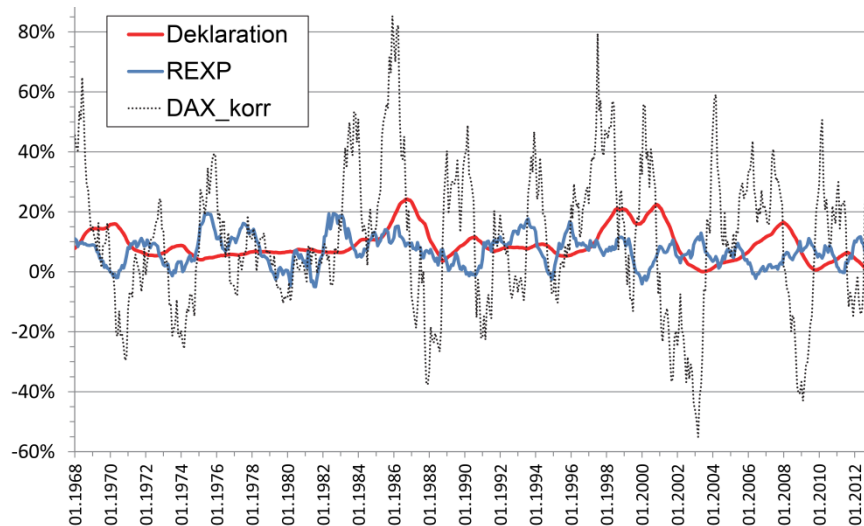


ABBILDUNG 7: Kumulierte Verzinsung der jeweils letzten 12 Monate; Vergleich der Guthabenverzinsung Referenzmodell/ REXP/ DAX\_korr.

## 2.4.2 Auswertung des Referenzmodells

### Einmalanlage

In der folgenden Tabelle 1 wird dargestellt, wie sich in den unterschiedlichen Sparformen (DAX\_korr/ REXP/ kollektives Sparen (Referenzmodell)) ein einmalige Kapitalanlage bei unterschiedlichen Anlagehorizonten entwickelt haben.

Zunächst fällt auf, dass sich der Abstand zwischen Minimum und Maximum mit zunehmender Anlagedauer verringert. Bei einer DAX-Anlage<sup>10</sup> ist aber auch bei 30-jährigem Anlagehorizont der Renditeabstand zwischen dem besten und dem schlechtesten Anlagezyklus 4,64% im Vergleich zu 1,31% (REXP) und 1,12% (koll. Sparen im Referenzmodell). Überraschend ist, dass die Durchschnittsrendite bei allen Dauern größer oder gleich 2 Jahre beim kollektiven Sparen höher ist als beim DAX-Sparen. Dies ist insofern erstaunlich, da die durchschnittliche Aktienquote im Referenzmodell nur 57,28% beträgt. Die Standardabweichung der Verzinsung beim kollektiven Sparen ist stets geringer als bei einer DAX-Anlage, und ist nur geringfügig höher als bei einer

<sup>9</sup> Wir betrachten jeweils den kumulierten Zins für die jeweils zurückliegenden 12 Monate.

<sup>10</sup> Sofern nicht ausdrücklich etwas anderes gesagt wird, unterstellen wir immer die Zeitreihe mit den korrigierten DAX-Daten.

REXP-Anlage. Bei 30-jährigem Anlagehorizont ist Standardabweichung beim kollektiven Sparen niedriger als bei einer REXP-Anlage.

	<b>REXP</b>	<b>DAX_korr</b>	<b>kollektives Sparen</b>
<b>Anlagedauer: 1 Jahr</b>			
Mittelwert	6,90%	10,31%	8,96%
Minimum	-5,02%	-55,09%	0,05%
Maximum	19,49%	85,33%	24,22%
Standardabweichung	4,97%	23,62%	5,29%
<b>Anlagedauer: 2 Jahre</b>			
Mittelwert	6,81%	8,69%	8,98%
Minimum	-2,38%	-36,41%	1,25%
Maximum	15,19%	54,11%	20,86%
Standardabweichung	3,58%	16,72%	4,73%
<b>Anlagedauer: 3 Jahre</b>			
Mittelwert	6,82%	8,09%	8,96%
Minimum	-0,39%	-31,68%	1,90%
Maximum	14,23%	45,01%	19,71%
Standardabweichung	2,91%	13,29%	4,17%
<b>Anlagedauer: 5 Jahre</b>			
Mittelwert	6,87%	7,87%	8,97%
Minimum	2,92%	-13,83%	3,64%
Maximum	12,67%	31,64%	17,09%
Standardabweichung	2,04%	9,64%	3,14%
<b>Anlagedauer: 10 Jahre</b>			
Mittelwert	7,04%	8,25%	9,10%
Minimum	4,35%	-3,07%	5,56%
Maximum	8,88%	17,86%	12,14%
Standardabweichung	1,10%	5,07%	1,92%
<b>Anlagedauer: 20 Jahre</b>			
Mittelwert	7,23%	9,29%	9,52%
Minimum	5,87%	5,49%	8,43%
Maximum	8,31%	16,01%	11,52%
Standardabweichung	0,61%	2,48%	0,90%
<b>Anlagedauer: 30 Jahre</b>			
Mittelwert	7,20%	9,34%	9,46%
Minimum	6,44%	6,45%	8,78%
Maximum	7,75%	11,09%	9,90%
Standardabweichung	0,37%	0,80%	0,25%

*Tabelle 1:* Ablaufrenditen (als Jahreszins) bei einer Einmalanlage mit unterschiedlichen Anlagedauern; Vergleich Referenzmodell mit REXP und DAX\_korr.



Die in Tabelle 1 dargestellten Kennzahlen beziehen sich jeweils auf die Ablaufrendite. In Anlehnung an [Goecke 2012] wollen auch Risikokennzahlen analysieren, die den Renditeverlauf widerspiegeln - vgl. Abbildung 8 und Tabelle 2:

*Pfad-Volatilität:* Annualisierte Volatilität des Zinspfades auf der Grundlage der monatlichen Zinsintensitäten.

*Maximum Drawdown:* Der größte Wertverlust, den ein Anleger der entsprechenden Anlageform hinnehmen musste.

*Maximum Recovery Time:* Längste Zeitspanne während dessen ein Anleger keinen Wertzuwachs erfahren hat.

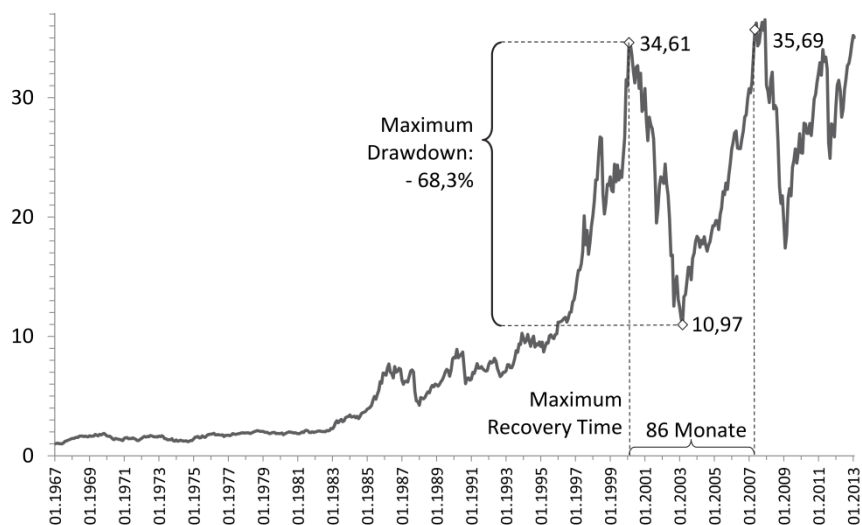


ABBILDUNG 8: Maximum Drawdown und Maximum Recovery Time am Beispiel einer DAX-Einmalanlage zum 1.2.1967 in Höhe von 1.

	REXP	DAX_korr	kollektives Sparen
<b>Feb. 1967 - Feb. 2013</b>			
Pfad-Volatilität	3,66%	19,99%	1,48%
Maximum Drawdown	-6,98%	-68,29%	-0,27%
Maximum Recovery Time	18 Monate	86 Monate	10 Monate

Tabelle 2: Risikokennzahlen der Renditeverlaufs; Vergleich Referenzmodell mit REXP und DAX\_korr.

### Sparpläne

Es soll nun untersucht werden, wie sich im Referenzmodell Sparpläne mit gleichbleibenden Sparraten verhalten - vgl. Abbildung 9A-F. Dargestellt sind wie in Abbildung

4A-E die Ablaufleistungen bzw. die Renditen bei Ablauf für 10-/ 20- und 30-jährige Sparverträge mit einer monatlich vorschüssigen Sparrate von 100€. Augenfällig ist, wie dies beim kollektiven Sparprozess zu einem Risikoausgleich zwischen den Sparergenerationen kommt. Aufeinander folgende Sparergenerationen haben erzielt nahezu gleiche Ablaufleistungen bzw. Renditen. Trotz der rund 50%-igen Aktienquote haben die Sparer im kollektiven Sparmodell faktisch kein Timing-Risiko. Dieser Glättungseffekt ist natürlich am ausgeprägtesten bei langen Spardauern. Bis auf wenige Ausnahmen bei 10-jährigen Sparverträgen, schneiden die Kollektivsparer durchweg besser ab als sicherheitsorientierte REXP-Sparer - vgl. Tabelle 3

Die mittlere Rendite bei 10-, 20- und 30-jährigen Sparplänen ist beim kollektiven Sparen mehr als 2 Prozentpunkte größer als bei REXP-Sparpläne und sogar knapp größer ist als bei DAX-Sparplänen. Der Renditeabstand zwischen dem besten und dem schlechtesten Renditeergebnis sinkt mit steigender Spardauer. Bei einer 30-jährigen Spardauer beträgt der Renditeabstand beim kollektiven Sparen und beim REXP-Sparplan rund 2 Prozentpunkte; bei einem DAX-Sparplan sind es über 7 Prozentpunkte. Diese erhebliche Renditedifferenz bei einem reinen Aktiensparplan ist eine Erklärung dafür, dass Aktiensparpläne als risikoreich empfunden werden, obwohl die minimale Rendite (6,21%) immer noch über der Rendite eines REXP-Sparplan (6,08%) liegt.

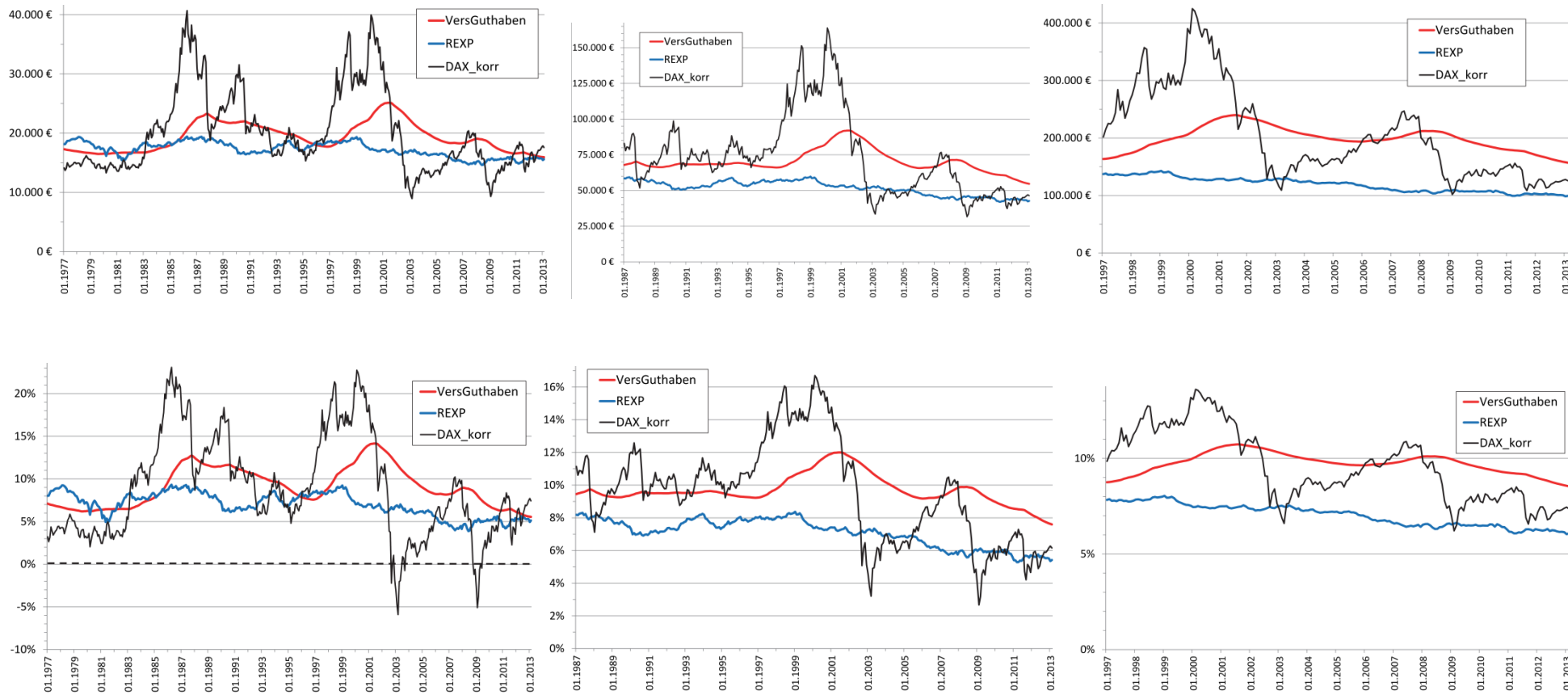


ABBILDUNG 9A-E: Ablaufleistungen (obere Reihe) und Renditen (untere Reihe) für 10-/ 20-/ und 30-jährigen Sparplänen -vgl. Abbildung 4; Vergleich Referenzmodell/ REXP/ DAX\_korr.

	<b>REXP</b>	<b>DAX_korr</b>	<b>kollektives Sparen</b>
<b>10-jähriger Sparvertrag</b>			
Mittelwert	7,01%	8,88%	9,07%
Minimum	3,88%	-5,91%	5,55%
Maximum	9,32%	23,09%	14,15%
<b>20-jähriger Sparvertrag</b>			
Mittelwert	7,08%	9,55%	9,71%
Minimum	5,28%	2,67%	7,59%
Maximum	8,37%	16,70%	12,00%
<b>30-jähriger Sparvertrag</b>			
Mittelwert	7,04%	9,62%	9,73%
Minimum	6,08%	6,21%	8,54%
Maximum	8,04%	13,61%	10,73%

*Tabelle 3: Ablaufrenditen bei 10-/ 20- und 30-jährigen Sparverträgen mit gleichbleibender Sparrate; Vergleich Referenzmodell mit REXP und DAX\_korr.*

## 2.5 Modifikation der Parameter im Basismodell

### 2.5.1 Änderung der Steuerungsgrößen $a$ und $b$

Im Referenzmodell haben wir  $a = 0,6$  und  $b = 0,3$  gesetzt. Diese Parameter regeln, wie schnell die Risikoexposition und die Deklaration an die geänderte Reservequote angepasst werden. Je kleiner die Parameter sind, desto größer ist die Gefahr, dass die Reserven vollständig aufgezehrt werden. In Tabelle 4 sind die Eckdaten zusammen gefasst, die Daten des Referenzmodells sind grau unterlegt.

#### Variation des Parameters $a$ (vgl. Tabelle 4 und Abbildung 10)

Eine Erhöhung des Anpassungsparameters  $a$  führt zu einer Erhöhung aller dargestellten Größen (mit Ausnahme der minimalen Aktienquote). Eine Anpassungsrate von  $a = 0$  bedeutet zwar eine bessere Stabilität der Deklaration (dies äußert sich in einer niedrigeren Volatilität), führt aber dazu, dass das anfängliche Reservecpolster nicht ausreicht, um eine Unterfinanzierung („Ruin“),  $P(t) < V(t)$ , zu verhindern. Eine Asset-Allokation der „ruhigen Hand“ ist also nur möglich, wenn enorme Reserven zur Verfügung stehen. Andererseits ist ein Wert von  $a$  über 0,5 ohne nennenswerten Einfluss auf die minimale Reservequote. Allerdings erlaubt eine erhöhte Anpassungsgeschwindigkeit der Risikoexposition auch eine im Durchschnitt höhere Aktienquote und damit eine (durchschnittlich) höhere Rendite.

Steuerungsparameter			Reservequote $RQ$			Aktienquote $\beta$			Deklaration $\eta$		Rendite bei Anlagehorizont = 20 Jahre in Prozent				
$\hat{\beta}$	$a$	$b$	in Prozent		in Prozent			in Prozent			in Prozent		in Prozent		
			$RQ_{Ziel}$	$RQ_0$	Min	Max	$\emptyset$	Min	Max	$\emptyset$	Min	Vola	Min	Max	$\emptyset$
50%	<b>0</b>	0,3	20	20	-8,29	44,65	21,37	50,00	50,00	50,00	-0,40	1,08	6,74	10,11	8,53
50%	<b>0,1</b>	0,3	20	20	-4,56	47,34	21,48	36,61	70,91	51,37	-0,34	1,15	6,85	10,26	8,60
50%	<b>0,2</b>	0,3	20	20	-1,70	50,29	21,58	26,00	97,58	52,91	-0,28	1,21	6,94	10,33	8,63
50%	<b>0,3</b>	0,3	20	20	0,41	53,10	22,08	17,15	100	54,79	-0,22	1,32	7,35	10,71	8,88
50%	<b>0,4</b>	0,3	20	20	1,90	55,13	22,69	9,21	100	56,13	-0,19	1,42	7,92	11,13	9,15
50%	<b>0,5</b>	0,3	20	20	2,66	55,71	23,21	0,96	100	56,87	-0,15	1,46	8,20	11,33	9,34
<b>50%</b>	<b>0,6</b>	<b>0,3</b>	<b>20</b>	<b>20</b>	<b>2,55</b>	<b>56,07</b>	<b>23,63</b>	<b>0</b>	<b>100</b>	<b>57,28</b>	<b>-0,13</b>	<b>1,48</b>	<b>8,43</b>	<b>11,52</b>	<b>9,52</b>
50%	<b>0,7</b>	0,3	20	20	2,64	56,29	23,88	0	100	57,45	-0,11	1,50	8,59	11,61	9,61
50%	<b>0,8</b>	0,3	20	20	2,84	56,42	24,13	0	100	57,63	-0,09	1,51	8,69	11,74	9,72
50%	<b>0,9</b>	0,3	20	20	3,13	56,67	24,37	0	100	57,81	-0,14	1,53	8,80	11,90	9,85
50%	<b>1,0</b>	0,3	20	20	3,27	57,28	24,63	0	100	58,04	-0,14	1,54	8,90	12,09	9,98

Tabella 4: Parameter und Eckdaten des Referenzmodells mit Variation des Parameters  $a$

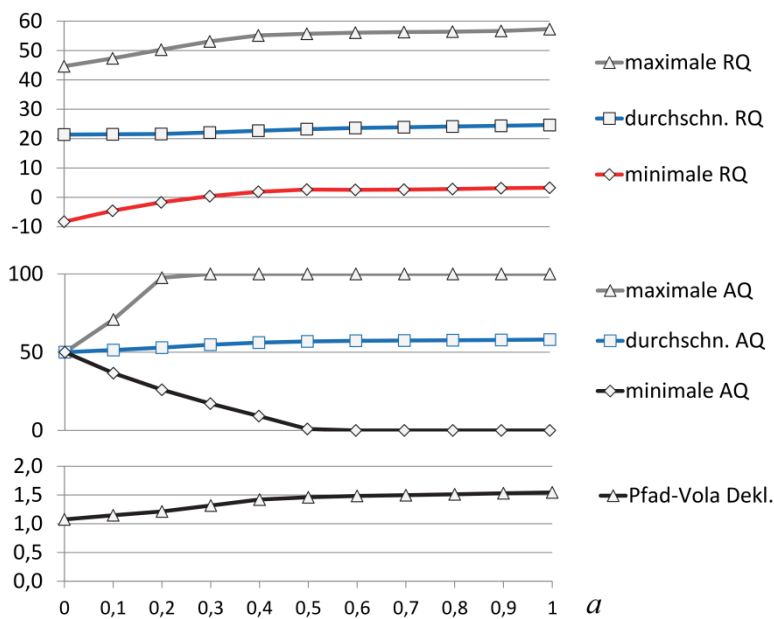


ABBILDUNG 10: Variation des Parameters  $a$

#### Variation des Parameters $b$ (vgl. Tabelle 5 und Abbildung 11)

Der Anpassungsparameters  $b$  beeinflusst unmittelbar die Deklaration, je größer  $b$  desto größer sind auch die Schwankungen der Deklaration (vgl. Abbildung 11, unteres Schaubild). Wie zu erwarten erhöht eine zu geringe Anpassung der Deklaration die Gefahr, dass die Reservequote unter Null fällt. Anders als der Parameter  $a$  bewirkt ein Anstieg von  $b$  eine Reduktion der maximalen Reservequote; dies ist plausibel, denn bei einer hohen Reservequote führt ein höherer Anpassungssatz der Deklaration zu einem schnelleren Abbau der Reserve.

Steuerungsparameter			Reservequote $RQ$			Aktienquote $\beta$			Deklaration $\eta$		Rendite bei Anlagehorizont = 20 Jahre				
$\hat{\beta}$	$a$	$b$	$RQ_{Ziel}$	$RQ_0$	Min	Max	$\emptyset$	Min	Max	$\emptyset$	Min	Vola	Min	Max	$\emptyset$
50%	0,6	<b>0</b>	20	20	-5,89	65,98	21,70	0	100	48,56	0,15	0,67	5,02	7,75	6,92
50%	0,6	<b>0,1</b>	20	20	-1,96	63,26	24,24	0	100	56,55	0,07	0,85	6,58	9,17	8,19
50%	0,6	<b>0,2</b>	20	20	0,75	59,06	24,02	0	100	57,08	-0,03	1,17	7,63	10,57	8,98
<b>50%</b>	<b>0,6</b>	<b>0,3</b>	<b>20</b>	<b>20</b>	<b>2,55</b>	<b>56,07</b>	<b>23,63</b>	<b>0</b>	<b>100</b>	<b>57,28</b>	<b>-0,13</b>	<b>1,48</b>	<b>8,43</b>	<b>11,52</b>	<b>9,52</b>
50%	0,6	<b>0,4</b>	20	20	3,99	54,15	23,20	0	100	57,20	-0,22	1,76	8,63	12,11	9,84
50%	0,6	<b>0,5</b>	20	20	5,22	52,41	22,87	0	100	57,23	-0,31	1,99	8,74	12,63	10,13
50%	0,6	<b>0,6</b>	20	20	6,29	51,15	22,55	2,55	100	57,09	-0,40	2,17	8,86	12,93	10,33
50%	0,6	<b>0,7</b>	20	20	7,24	49,87	22,24	5,61	100	56,73	-0,49	2,31	8,93	13,04	10,40
50%	0,6	<b>0,8</b>	20	20	7,78	48,67	22,01	7,35	100	56,36	-0,59	2,44	8,97	13,16	10,47
50%	0,6	<b>0,9</b>	20	20	8,24	47,57	21,82	8,86	100	56,00	-0,69	2,57	8,99	13,27	10,53
50%	0,6	<b>1,0</b>	20	20	8,66	46,53	21,65	10,24	100	55,63	-0,79	2,68	9,00	13,33	10,55

Tabelle 5: Parameter und Eckdaten des Referenzmodells mit Variation des Parameters  $b$

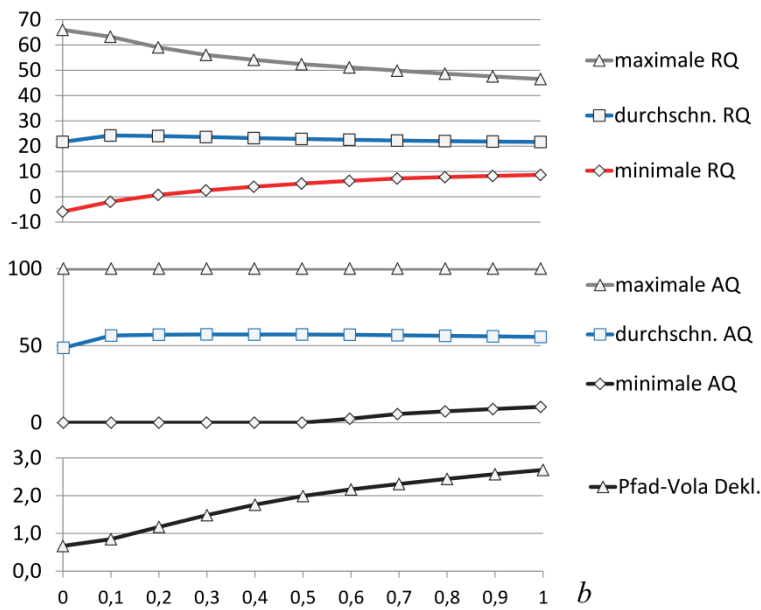


ABBILDUNG 11: Variation des Parameters  $b$

### 2.5.2 Änderung der Start-Reservequote

Ausgehend vom Referenzmodell mit  $RQ_{Ziel} = RQ(0) = 20\%$  variieren wir  $RQ(0)$  unter Beibehaltung der Ziel-Reservequote  $RQ_{Ziel} = 20\%$  - vgl. Tabelle 6.

$RQ_{Ziel}$	$RQ(0)$	$\rho(0) - \rho_{Ziel}$
20%	0%	-22,3144%
20%	5%	-17,1850%
20%	10%	-11,7783%
20%	15%	-6,0625%
<b>20%</b>	<b>20%</b>	<b>0,0000%</b>
20%	25%	6,4539%
20%	30%	13,3531%
20%	35%	20,7639%
20%	40%	28,7682%
20%	45%	37,4693%
20%	50%	47,0004%

Tabelle 6:  $\rho(0) - \rho_{Ziel}$  in Abhängigkeit von der Start-Reservequote  $RQ(0)$

Die taktische Risikoexposition und die Deklaration hängen in der Basisstrategie (vgl. *ALM-Regel 1* und *ALM-Regel 2* in Abschnitt 2.2.2) nicht von der absoluten Größe der



log-Reservequote  $\rho(t)$  sondern nur von der Differenz  $\rho(t) - \rho_{Ziel} = \ln\left(\frac{1 - RQ_{Ziel}}{1 - RQ(t)}\right)$  ab.

Das gilt somit auch für die Fortschreibung der Assets und der Liabilities. Dies bedeutet, dass bei sonst gleichen Steuerungsgrößen ( $a, b, \hat{\sigma}$ ) die  $\sigma(t)$ - und  $\eta(t)$ -Pfade nur vom Startwert  $\rho(0) - \rho_{Ziel} = \ln\left(\frac{1 - RQ_{Ziel}}{1 - RQ(0)}\right)$  abhängen.

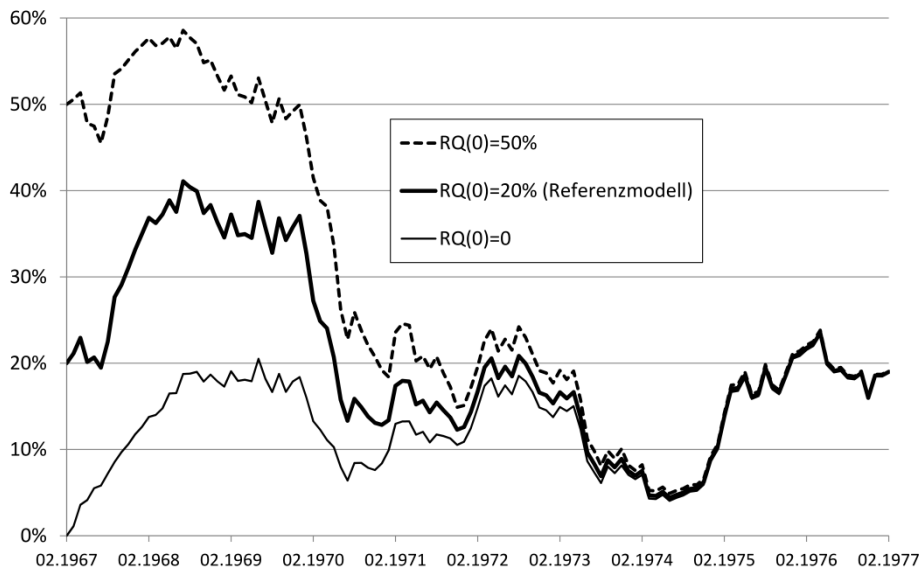


ABBILDUNG 12: Anpassung der Reservequote an die Ziel-Reservequote bei einer Start-Reservequote von 0%, 20% bzw. 50%.

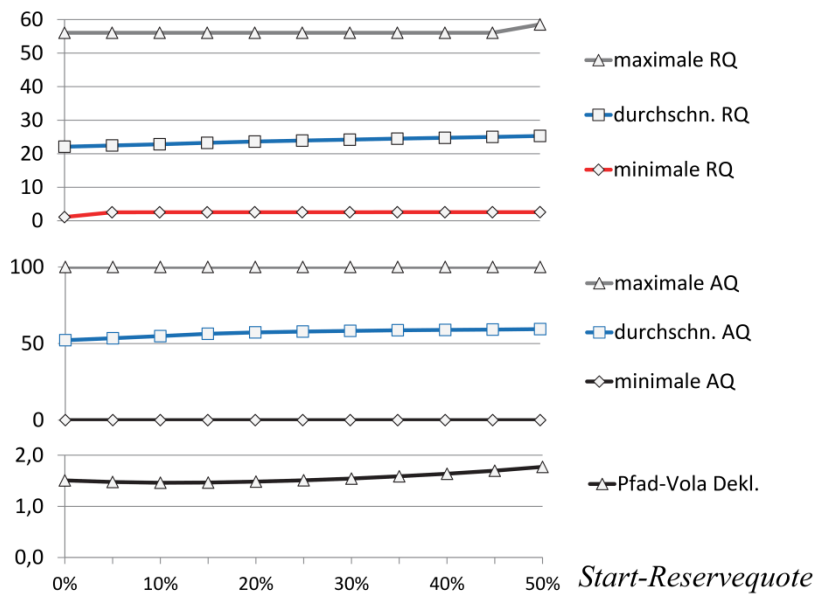
Abbildung 12 zeigt, wie ausgehend von einer Start-Reservequote von 0, 20% und 50% das Basismodell auf das Referenzmodell einschwingt. Dargestellt ist nur der Zeitraum der ersten 10 Jahre; in den späteren Jahren ist der Unterschied zwischen den einzelnen Startpositionen vernachlässigbar.

Insofern ist es auch nicht verwunderlich, dass die Höhe der Startreserve nur einen geringen Einfluss auf die Werte hat (vgl. Tabelle 7 und Abbildung 13). Der Grund hierfür ist darin zu sehen, dass insbesondere in der Anfangsphase (1961 bis 1970 - vgl. Abbildung 3B) das Aktieninvestment überproportionale Ergebnisse lieferte, und so problemlos die Reserveposition an die Zielreserve angepasst werden konnte. Allerdings ist zu beachten, dass die ersten Sparergenerationen den Reserveaufbau (bei  $RQ(0) = 0\%$ ) durch Renditeverzicht finanzieren müssen bzw. vom Reserveabbau (bei  $RQ(0) = 50\%$ ) profitieren. Betrachtet man die Rendite eines Sparplans mit gleichbleibenden Sparraten und einer Laufzeit von 360 Monaten, so beträgt die Ablaufrendite 8,47% (bei  $RQ(0) = 0\%$ ), 8,75% (bei  $RQ(0) = 20\%$ ) und 9,14% (bei  $RQ(0) = 50\%$ ).

Steuerungsparameter			in Prozent		Reservequote $RQ$ in Prozent			Aktienquote $\beta$ in Prozent			Deklaration $\eta$ in Prozent		Rendite bei Anlage- horizont = 20 Jahre in Prozent		
$\hat{\beta}$	$a$	$b$	$RQ_{Ziel}$	$RQ_0$	Min	Max	$\emptyset$	Min	Max	$\emptyset$	Min	Vola	Min	Max	$\emptyset$
50%	0,6	0,3	20	<b>0</b>	1,11 *)	56,07	22,09	0	100	52,20	-0,19	1,51	7,39	11,52	9,36
50%	0,6	0,3	20	<b>5</b>	2,54	56,07	22,46	0	100	53,47	-0,13	1,48	7,82	11,52	9,40
50%	0,6	0,3	20	<b>10</b>	2,54	56,07	22,83	0	100	54,87	-0,13	1,46	8,25	11,52	9,43
50%	0,6	0,3	20	<b>15</b>	2,55	56,07	23,24	0	100	56,38	-0,13	1,46	8,43	11,52	9,47
<b>50%</b>	<b>0,6</b>	<b>0,3</b>	<b>20</b>	<b>20</b>	<b>2,55</b>	<b>56,07</b>	<b>23,63</b>	<b>0</b>	<b>100</b>	<b>57,28</b>	<b>-0,13</b>	<b>1,48</b>	<b>8,43</b>	<b>11,52</b>	<b>9,52</b>
50%	0,6	0,3	20	<b>25</b>	2,56	56,07	23,92	0	100	57,82	-0,13	1,51	8,43	11,52	9,54
50%	0,6	0,3	20	<b>30</b>	2,56	56,07	24,20	0	100	58,29	-0,13	1,54	8,43	11,52	9,57
50%	0,6	0,3	20	<b>35</b>	2,56	56,07	24,49	0	100	58,67	-0,13	1,59	8,43	11,52	9,60
50%	0,6	0,3	20	<b>40</b>	2,57	56,07	24,75	0	100	58,89	-0,13	1,64	8,43	11,52	9,63
50%	0,6	0,3	20	<b>45</b>	2,57	56,07	25,01	0	100	59,13	-0,13	1,70	8,43	11,52	9,66
50%	0,6	0,3	20	<b>50</b>	2,57	58,57	25,30	0	100	59,43	-0,13	1,77	8,43	11,52	9,70

Tabelle 7: Parameter und Eckdaten des Referenzmodells mit Variation der anfänglichen Reservequote  $RQ(0)$  bei gleichbleibender Ziel-Reservequote  $RQ_{Ziel} = 20\%$ .

\*) Bei der Auswertung der Reservequoten werden die Reservequoten *am Ende* des Monats berücksichtigt. Bei einer Start-Reservequote von 0% ergibt sich am Ende des ersten Monats eine Reservequote von 1,11%; die Startwert.



ABILDUNG 13: Variation der Start-Reservequote  $RQ(0)$  bei gleichbleibender Ziel-Reservequote  $RQ_{Ziel} = 20\%$ .

### 2.5.3 Änderung der Ziel-Aktienquote (vgl. Abbildung 14 und Tabelle 8)

Wir variieren die Ziel-Aktienquote zwischen 0% und 100% und begrenzen gleichzeitig die maximale Aktienquote auf 200% der Zielaktienquote. Die Erhöhung der Ziel-Aktienquote bewirkt natürlich auch ein Ansteigen der durchschnittlichen Aktienquote. Durch die relative Begrenzung der Aktienquote auf 200% der Ziel-Aktienquote und die absolute Begrenzung auf 100% steigt die durchschnittliche Aktienquote unterlinear mit steigender Ziel-Aktienquote. Man kann allerdings beobachten, dass die Renditen nicht im gleichen Maße ansteigen wie die durchschnittliche Aktienquote. Auch wenn im Durchschnitt eine höhere Aktienquote zu einer höheren Rendite führt, so kann es doch sein, dass gerade zum falschen Zeitpunkt eine besonders hohe Aktienquote gewählt wird. Bei einer Ziel-Aktienquote von 100% (mit einer durchschnittlichen Aktienquote von 78,97%) beträgt die durchschnittliche Rendite bei einem 30-jährigen Anlagehorizont 9,11% und ist damit niedriger als 9,52% (Rendite im Referenzmodell).

Steuerungsparameter			Reservequote $RQ$			Aktienquote $\beta$			Deklaration $\eta$		Rendite bei Anlagehorizont = 20 Jahre				
			in Prozent		in Prozent			in Prozent			in Prozent		in Prozent		
$\hat{\beta}$	$a$	$b$	$RQ_{Ziel}$	$RQ_0$	Min	Max	$\emptyset$	Min	Max	$\emptyset$	Min	Vola	Min	Max	$\emptyset$
<b>0%</b>	0,6	<b>0,3</b>	20	20	9,26	31,08	23,64	0	0	0,00	0,21	0,47	5,45	7,62	7,01
<b>10%</b>	0,6	<b>0,3</b>	20	20	7,23	36,49	24,13	0	20	15,77	0,14	0,58	6,55	8,82	8,08
<b>20%</b>	0,6	<b>0,3</b>	20	20	6,02	42,21	24,17	0	40	28,25	0,07	0,78	7,37	9,74	8,63
<b>30%</b>	0,6	<b>0,3</b>	20	20	4,72	47,45	24,10	0	60	38,49	0,01	1,03	7,85	10,47	9,03
<b>40%</b>	0,6	<b>0,3</b>	20	20	3,58	52,05	23,90	0	80	47,98	-0,06	1,27	8,19	11,06	9,32
<b>50%</b>	<b>0,6</b>	<b>0,3</b>	<b>20</b>	<b>20</b>	<b>2,55</b>	<b>56,07</b>	<b>23,63</b>	<b>0</b>	<b>100</b>	<b>57,28</b>	<b>-0,13</b>	<b>1,48</b>	<b>8,43</b>	<b>11,52</b>	<b>9,52</b>
<b>60%</b>	0,6	<b>0,3</b>	20	20	1,68	56,20	23,03	0	100	62,38	-0,19	1,56	8,23	11,62	9,49
<b>70%</b>	0,6	<b>0,3</b>	20	20	0,16	56,58	22,37	3,54	100	67,06	-0,26	1,62	8,00	11,67	9,43
<b>80%</b>	0,6	<b>0,3</b>	20	20	-2,16	57,26	21,83	6,65	100	71,44	-0,33	1,69	7,82	11,81	9,43
<b>90%</b>	0,6	<b>0,3</b>	20	20	-4,52	57,42	21,17	9,79	100	75,40	-0,39	1,74	7,63	11,77	9,30
<b>100%</b>	0,6	<b>0,3</b>	20	20	-7,82	57,38	20,41	10,47	100	78,97	-0,46	1,78	7,40	11,64	9,11

*Tabelle 8:* Parameter und Eckdaten des Referenzmodells mit Variation der Ziel-Aktienquote; die maximale Aktienquote wurde auf 200% der Zielaktienquote und 100% begrenzt.

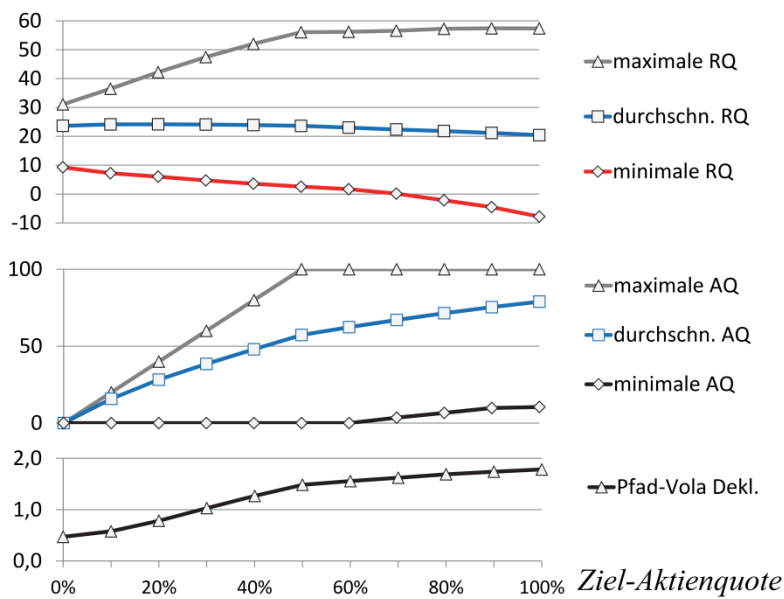


ABBILDUNG 14: Variation Ziel-Aktienquote

Die Variation der Ziel-Aktienquote gibt auch Aufschluss darüber, welche Reservequote in Abhängigkeit von der Aktienquote erforderlich ist, um eine Überschuldung zu vermeiden. Zunächst ersieht man aus Tabelle 8, dass selbst bei einer Aktienquote von Null die minimale Reservequote deutlich unter 10% fällt. Da wie oben bereits erwähnt, die ALM-Regeln nur von der Differenzgröße  $\rho(t) - \rho_{Ziel}$  abhängen, kann man mit Hilfe der in Tabelle 8 dargestellten minimalen Reservequoten bestimmen, wie  $RQ_{Ziel} = RQ(0)$  festgelegt werden muss, damit die Reservequote im Verlauf nicht unter Null fällt. Bei einer Zielaktienquote von 0% und  $RQ_{Ziel} = RQ(0) = 20\%$  ergibt sich beispielsweise eine minimale Reservequote von 9,26% (vgl. Tabelle 8). Wählt man nun

$$\overline{RQ}_{Ziel} = \overline{RQ}(0) = 1 - \frac{1 - RQ_{Ziel}}{1 - RQ_{min}} = 1 - \frac{0,8}{0,9074} = 11,84\%,$$

so ergibt sich gerade eine minimale Reservequote von  $\overline{RQ}_{min} = 0$ . Dies bedeutet, dass selbst bei einer Aktienquote von 0% eine Zielreservequote von rund 12% angestrebt werden muss, um einen Ruin zu vermeiden.

In entsprechender Weise kann man mit Hilfe der Ergebnisse der Tabelle 8 zu jeder Ziel-Aktienquote die erforderliche Ziel-Reservequote bestimmen, die erforderlich ist, um einen Ruin zu verhindern - vgl. Abbildung 15.

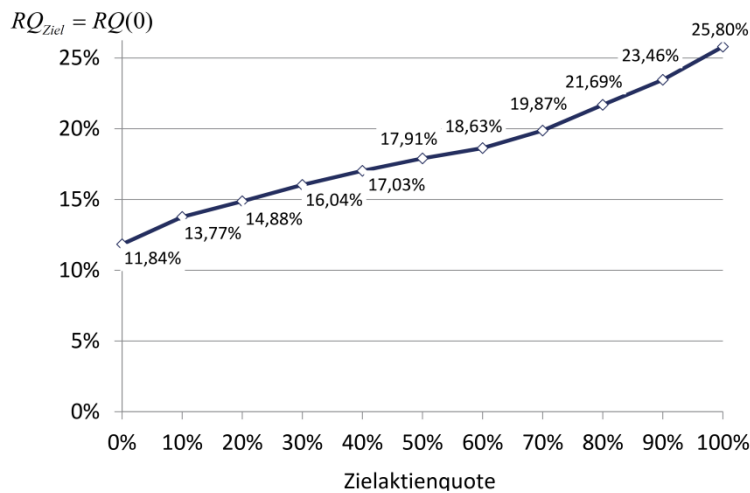


ABBILDUNG 15: Bestimmung von  $\overline{RQ}_{Ziel} = \overline{RQ}(0)$ , so dass die minimale Reservequote nicht unter Null fällt.

Die Analyse unterstreicht, dass selbst ein reines REXP-Portfolio im Kontext des kollektiven Sparens risikobehaftet ist und dass die Hinzumischung von Aktien (hier DAX-Werte) nur eine moderat höhere Reservequote verlangt. Dies bedeutet auch, dass die Bewertung einer Aktienanlage als „sehr risikoreich“ im Kontext eines kollektiven Sparsystems überdacht werden muss.

## 2.6 Modifikation des Basismodells

Im Abschnitt 2.5 haben wir lediglich die Parameter des Basismodells angepasst. Das Basismodell sieht beispielsweise eine monatliche Anpassung der Deklaration vor und kann sogar zu negativen Deklarationen führen. Beides könnte möglicherweise die Praxistauglichkeit des Basismodells beeinträchtigen. Ausgehend vom Referenzmodell wollen wir daher untersuchen, wie sich eine *jährliche* (Voraus-)Deklaration und eine Garantieverzinsung auswirken. Die Berechnungsergebnisse sind in Tabelle 9 zusammengefasst; zu Vergleichszwecken haben wir dabei in der ersten Zeile die Daten der Referenzmodells ergänzt.

Wenn der ALM-Manager jeweils für 1 Jahr und nicht für lediglich 1 Monat im voraus die Verzinsung der individuellen Guthaben deklarieren muss, so ist dies offensichtlich die risikoreichere ALM-Politik, da er dann nicht mehr die Möglichkeit hat, auf kurzfristige Verluste der Assets reagieren zu können. Es zeigt sich allerdings, dass der Übergang von einer monatlichen zu einer jährlichen Deklaration zunächst keinen nennenswerten Einfluss auf den Reserveverlauf hat, selbst wenn zusätzlich gefordert wird, dass die Deklaration stets nichtnegativ ist – vgl. Abbildungen 16 und 17 sowie Tabelle 9. Dies Ergebnis ist insofern überraschend. Allerdings führt die jährliche Deklaration auch

dazu, dass „übertrieben hohe“ Deklarationen vermieden werden und dass bei einer niedrigen Reservequote die vorsichtige Deklaration ein Jahr Gültigkeit hat und somit die Reserve schneller wieder aufgebaut werden kann.

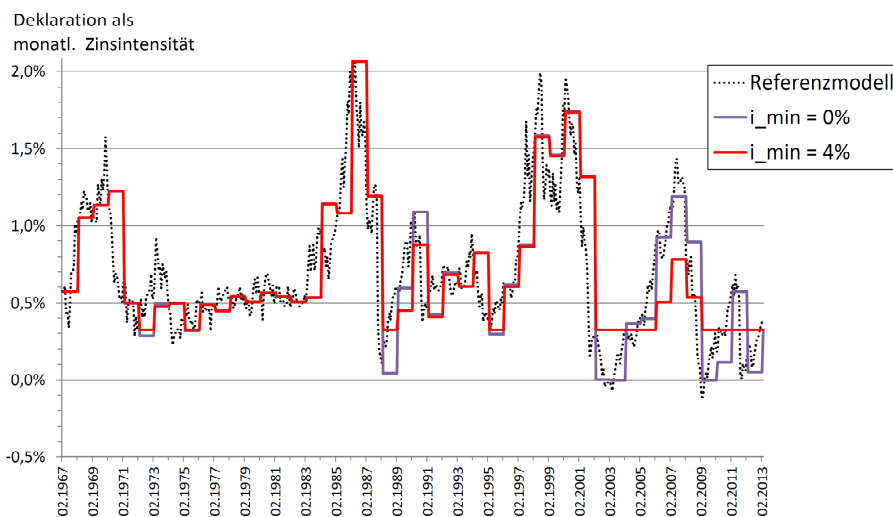


ABBILDUNG 16: Verlauf der Deklaration, Vergleich Referenzmodell mit monatlicher Deklaration mit Varianten des Basismodell mit jährlicher Deklaration und einem jährlichen Mindestzins von 0% (Kapitalerhalt) und 4%. Ebenfalls überraschend ist, dass selbst ein hoher Garantiezins von bis zu 4% die Reservesituation nicht nachhaltig schwächt.

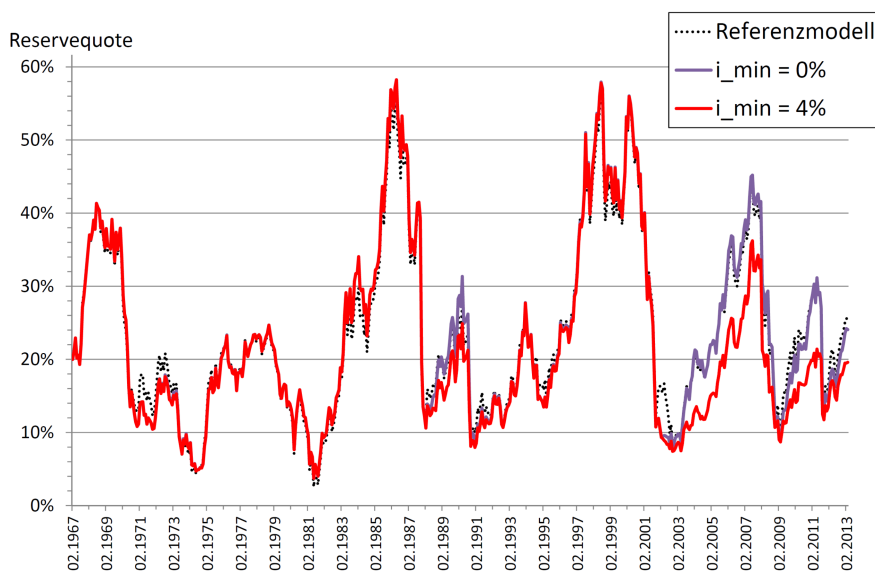


ABBILDUNG 17: Verlauf der Reservequote, Vergleich Referenzmodell mit monatlicher Deklaration mit Varianten des Basismodell mit jährlicher Deklaration und einem jährlichen Mindestzins von 0% (Kapitalerhalt) und 4%.

$i_{\min}$	Steuerungsparameter			in Prozent		Reservequote $RQ$			in Prozent			Aktienquote $\beta$		in Prozent			Deklaration $\eta$			in Prozent			Rendite bei Anlagehorizont = 20 Jahre			in Prozent		
	$\hat{\beta}$	$a$	$b$	$RQ_{Ziel}$	$RQ_0$	Min	Max	$\emptyset$	Min	Max	$\emptyset$	Min	Vola	Min	Max	$\emptyset$	Min	Max	$\emptyset$									
<b>.I.</b>	<b>50%</b>	<b>0,6</b>	<b>0,3</b>	<b>20</b>	<b>20</b>	<b>2,55</b>	<b>56,07</b>	<b>23,63</b>	<b>0</b>	<b>100</b>	<b>57,28</b>	<b>-0,13</b>	<b>1,48</b>	<b>8,43</b>	<b>11,52</b>	<b>9,52</b>												
<i>.I.</i>	50%	0,6	<b>0,3</b>	20	20	3,73	58,24	23,78	0	100	56,86	-0,14	1,65	8,35	11,88	9,60												
<b>1%</b>	50%	0,6	<b>0,3</b>	20	20	3,73	58,24	23,68	0	100	56,51	0,00	1,64	8,35	11,88	9,60												
<b>2%</b>	50%	0,6	<b>0,3</b>	20	20	3,73	58,24	23,48	0	100	55,86	0,08	1,61	8,34	11,87	9,60												
<b>3%</b>	50%	0,6	<b>0,3</b>	20	20	3,73	58,24	23,21	0	100	54,93	0,17	1,57	8,33	11,85	9,60												
<b>4%</b>	50%	0,6	<b>0,3</b>	20	20	3,73	58,24	22,80	0	100	53,67	0,25	1,53	8,31	11,83	9,59												

*Tabelle 9:* Parameter und Eckdaten des Referenzmodells (1. Datenzeile, monatliche Deklaration ohne Mindestzins) im Vergleich zur Modifikation des Basismodells (Zeilen 2 bis 6: mit jeweils jährlicher Deklaration und unterschiedlichem Mindestzins  $i_{\min}$ )



### 3 Fazit und Ausblick

Wir konnten für das theoretische Modell (Basismodell) unterlegt durch umfangreiche Monte-Carlo-Simulationen (vgl. [Goecke 2011 und 2012]) den komparativen Vorteil des kollektiven Sparens nachweisen. Das theoretische Modell basiert auf einem sehr einfachen Black-Scholes-Kapitalmarkt-Modell. Eine wesentliche Komponente in diesem Modell ist die Annahme, dass Aktienanlagen einer geometrischen Brownschen Bewegung folgen. Das bedeutet unter anderem, dass von einem Zeitpunkt  $t$  aus getrachtet die zukünftige Kursentwicklung nur vom Zustand in diesem Zeitpunkt abhängt. Wenn also von  $t$  aus betrachtet rückblickend ein Aktien-Boom beobachtet wurde, so ist in der Black-Scholes-Welt die Wahrscheinlichkeit, dass der Boom weitergeht genauso hoch wie die Wahrscheinlichkeit einer Korrektur. Ebenso würde man nach einer Baisse-Phase keinen Grund sehen, warum eine Korrektur nach oben wahrscheinlicher ist als eine Fortsetzung der Baisse. Es gibt aber sehr deutliche Hinweise, dass Kapitalmärkte zu Übertreibungen neigen.<sup>11</sup> Schaut man sich die Zeitreihe des DAX an, so wird man auch den Eindruck haben, dass die Boomphase von 1996-2000 und die Baisse von 2000-2003 übertriebene Marktreaktionen abbilden.

Wenn also das theoretische Modell die ökonomische Realität möglicherweise nicht adäquat abbildet, so liegt es nahe, die tatsächlich in der Vergangenheit beobachteten Marktdaten für die Analyse des kollektiven Sparens heranzuziehen. Die obigen Berechnungen zeigen, dass auch für die realen Marktdaten das kollektive Sparen nutzenstiftend ist. Es ist sogar so, dass das Backtesting das kollektive Sparmodell noch vorteilhafter erscheinen lässt als die Monte-Carlo-Analysen auf Grundlage des theoretischen Kapitalmarktmodells. Ganz überraschend ist das nicht, denn falls der Kapitalmarkt eine Mean-Reversion Eigenschaft hat,<sup>12</sup> so ist natürlich ein kollektiver Risikoausgleich zwischen den Sparergenerationen noch effizienter.

Man muss sich aber auch vergegenwärtigen, dass das Backtesting nur *einen einzigen Entwicklungspfad* für Kapitalmärkte nachzeichnet. Es ist selbstverständlich denkbar, dass das kollektive Sparmodell rein zufällig in der Vergangenheit so gut abgeschnitten hätte. Will man diese Kritik ausräumen, so bedarf es weiterer Analysen. Wünschenswert wäre sicher auch ein Backtesting für andere Kapitalmärkte, z.B. den US-amerikanischen oder japanischen. Selbst wenn man eine Vielzahl von realen Kapitalmärkten untersucht, wenn man die theoretischen Kapitalmarkt-Modelle verfeinert und detailliertere Monte-Carlo-Simulationen durchführt und immer wieder die Vorteilhaftigkeit des kollektiven Sparens herausarbeiten könnte, so bliebe doch die Ungewissheit, ob alles das, was wir in der Vergangenheit beobachten haben und in die Modelle einfließen lassen,

---

<sup>11</sup> Vgl. [Shiller 2001]

<sup>12</sup> Vgl. [Albrecht/ Kantar 2003] und [Albrecht e.a. 2004]

auch in Zukunft Gültigkeit hat. Die Zukunft ist nämlich nicht verpflichtet, sich an die Spielregeln der Vergangenheit zu halten!

## Literatur

[**Albrecht/ Kantar 2003**] *Albrecht, Peter; Kantar, Cemil*: Random Walk oder Mean Reversion? Eine statistische Analyse auf fundamentaler Basis für den deutschen Aktienmarkt, Mannheimer Manuskripte zur Risikotheorie, Portfolio Management und Versicherungswirtschaft, Nr. 149, Mannheim 09/2003.

[**Albrecht e.a. 2004**] *Albrecht, Peter; Kantar, Cemil; Xiao, Yanying*: Mean Reversion Effekte am dem deutschen Aktienmarkt: Statistische Analysen der Entwicklung des DAX-KGV, Mannheimer Manuskripte zur Risikotheorie, Portfolio Management und Versicherungswirtschaft, Nr. 157, Mannheim 04/2004.

[**Goecke 2011**] Goecke, Oskar: *Sparprozesse mit kollektivem Risikoausgleich*; Institut für Versicherungswesen. Forschungsstelle FaRis. Working Paper 01/2011; als Download verfügbar unter: <http://opus.bsz-bw.de/fhk/volltexte/2012/3/>

[**Goecke 2012**] Goecke, Oskar: *Sparprozesse mit kollektivem Risikoausgleich*; Institut für Versicherungswesen. Forschungsstelle FaRis. Working Paper 05/2012; als Download verfügbar unter: <http://opus.bsz-bw.de/fhk/volltexte/2012/12/>

[**Shiller 2005**] Shiller, Robert J.: *Irrational Exuberance*, 2<sup>nd</sup> edition, Princeton University Press 2005.

[**Stehle e.a. 1996**] Stehle, Richard; Huber, Rainer; Meier, Jürgen: *Rückberechnung des DAX für die Jahre 1955 bis 1987*, Kredit und Kapital 29 (1996), S. 277-304.

## Abbildungsverzeichnis

ABBILDUNG 1: VEREINFACHTES BILANZSCHEMA	1
ABBILDUNG 2: RENDITE-RISIKO-PROFIL DES KAPITALMARKTS	2
ABBILDUNG 3A-B: WERTENTWICKLUNG VERSCHIEDENER ANLAGENFORMEN. ZUGRUNDE GELEGT WURDE EIN INVESTMENT VOM BETRAGE 1 ZUM MONATSENDE JANUAR 1967. UNTERE ABBILDUNG VERWENDET EINE LOGARITHMISCHE SKALA.	6
ABBILDUNG 4A-F: ABLAUFLEISTUNG (OBERE REIHE) UND RENDITE (UNTERE REIHE) 10-/ 20- UND 30-JÄHRIGER SPARPLÄNE MIT MONATLICH VORSCHÜSSIGER SPARRATE VON 100€. AUF DER ABSZISSE IST JEWEILS DAS FÄLLIGKEITSDATUM DES SPARVERTRAGES ABGETRAGEN. AUSGEHEND VOM FRÜHESTEN BEGINN (1.2.1967) WIRD DER ERSTE SPARPLAN ENDE JANUAR 1977 BZW. 1987 BZW. 1997 FÄLLIG.	7
ABBILDUNG 5: WERTENTWICKLUNG EINES DAX- UND REXP-SPARVERTRAGES (03.1973 - 03.2003) MIT 360 MONATSRATEN VON JE 100€.	8
ABBILDUNG 6: VERLAUF DER RESERVEQUOTE, AKTIENQUOTE UND DEKLARATION IM REFERENZMODELL.	11
ABBILDUNG 7: KUMULIERTE VERZINSUNG DER JEWEILS LETZTEN 12 MONATE; VERGLEICH DER GUTHABENVERZINSUNG REFERENZMODELL/ REXP/ DAX_KORR.	12
ABBILDUNG 8: MAXIMUM DRAWDOWN UND MAXIMUM RECOVERY TIME AM BEISPIEL EINER DAX-EINMALANLAGE ZUM 1.2.1967 IN HÖHE VON 1.	14
ABBILDUNG 9A-E: ABLAUFLEISTUNGEN (OBERE REIHE) UND RENDITEN (UNTERE REIHE) FÜR 10-/ 20-/ UND 30-JÄHRIGEN SPARPLÄNEN -VGL. ABBILDUNG 4; VERGLEICH REFERENZMODELL/ REXP/ DAX_KORR.	16
ABBILDUNG 10: VARIATION DES PARAMETERS $A$	19
ABBILDUNG 11: VARIATION DES PARAMETERS $B$	21
ABBILDUNG 12: ANPASSUNG DER RESERVEQUOTE AN DIE ZIEL-RESERVEQUOTE BEI EINER START-RESERVEQUOTE VON 0%, 20% BZW. 50%.	22
ABBILDUNG 13: VARIATION DER START-RESERVEQUOTE $RQ(0)$ BEI GLEICHBLEIBENDER ZIEL-RESERVEQUOTE $RQ_{Ziel} = 20\%$ .	24
ABBILDUNG 14: VARIATION ZIEL-AKTIENQUOTE	26
ABBILDUNG 15: BESTIMMUNG VON $\overline{RQ}_{Ziel} = \overline{RQ}(0)$ , SO DASS DIE MINIMALE RESERVEQUOTE NICHT UNTER NULL FÄLLT.	27

*ABBILDUNG 16: VERLAUF DER DEKLARATION, VERGLEICH REFERENZMODELL MIT MONATLICHER DEKLARATION MIT VARIANTEN DES BASISMODELL MIT JÄHRLICHER DEKLARATION UND EINEM JÄHRLICHEN MINDESTZINS VON 0% (KAPITALERHALT) UND 4%. EBENFALLS ÜBERRASCHEND IST, DASS SELBST EIN HOHER GARANTIEZINS VON BIS ZU 4% DIE RESERVESITUATION NICHT NACHHALTIG SCHWÄCHT.* 28

*ABBILDUNG 17: VERLAUF DER RESERVEQUOTE, VERGLEICH REFERENZMODELL MIT MONATLICHER DEKLARATION MIT VARIANTEN DES BASISMODELL MIT JÄHRLICHER DEKLARATION UND EINEM JÄHRLICHEN MINDESTZINS VON 0% (KAPITALERHALT) UND 4%.* 28

## Tabellenverzeichnis

<i>TABELLE 1: ABLAUFRENDITEN (ALS JAHRESZINS) BEI EINER EINMALANLAGE MIT UNTERSCHIEDLICHEN ANLAGEDAUERN; VERGLEICH REFERENZMODELL MIT REXP UND DAX_KORR.</i>	13
<i>TABELLE 2: RISIKOKENNZAHLEN DER RENDITEVERLAUFS; VERGLEICH REFERENZMODELL MIT REXP UND DAX_KORR.</i>	14
<i>TABELLE 3: ABLAUFRENDITEN BEI 10-/ 20- UND 30-JÄHRIGEN SPARVERTRÄGEN MIT GLEICHBLEIBENDER SPARRATE; VERGLEICH REFERENZMODELL MIT REXP UND DAX_KORR.</i>	17
<i>TABELLE 4: PARAMETER UND ECKDATEN DES REFERENZMODELLS MIT VARIATION DES PARAMETERS <math>A</math></i>	18
<i>TABELLE 5: PARAMETER UND ECKDATEN DES REFERENZMODELLS MIT VARIATION DES PARAMETERS <math>B</math></i>	20
<i>TABELLE 6: <math>\rho(0) - \rho_{Ziel}</math> IN ABHÄNGIGKEIT VON DER START-RESERVEQUOTE <math>RQ(0)</math></i>	21
<i>TABELLE 7: PARAMETER UND ECKDATEN DES REFERENZMODELLS MIT VARIATION DER ANFÄNGLICHEN RESERVEQUOTE <math>RQ(0)</math> BEI GLEICHBLEIBENDER ZIEL-RESERVEQUOTE <math>RQ_{Ziel} = 20\%</math></i>	23
<i>TABELLE 8: PARAMETER UND ECKDATEN DES REFERENZMODELLS MIT VARIATION DER ZIEL-AKTIENQUOTE; DIE MAXIMALE AKTIENQUOTE WURDE AUF 200% DER ZIELAKTIENQUOTE UND 100% BEGRENZT.</i>	25
<i>TABELLE 9: PARAMETER UND ECKDATEN DES REFERENZMODELLS (1. DATENZEILE, MONATLICHE DEKLARATION OHNE MINDESTZINS) IM VERGLEICH ZUR MODIFIKATION DES BASISMODELLS (ZEILEN 2 BIS 6: MIT JEWEILS JÄHRLICHER DEKLARATION UND UNTERSCHIEDLICHEM MINDESTZINS <math>I_{MIN}</math>)</i>	29

# Impressum

Diese Veröffentlichung erscheint im Rahmen der Online-Publikationsreihe „**Forschung am IVW Köln**“.

Alle Veröffentlichungen dieser Reihe können unter [www.ivw-koeln.de](http://www.ivw-koeln.de) oder unter <http://opus.bsz-bw.de/fhk/index.php?la=de> abgerufen werden.

Eine weitere Publikationsreihe ist die **Schriftenreihe des Instituts für Versicherungswesen der Fachhochschule Köln**.

Herausgeber: Verein der Förderer des Instituts für Versicherungswesen an der Fachhochschule Köln e. V. Die Schriftenreihe kann über den Verlag Versicherungswirtschaft bezogen werden (<http://www.vvw.de/>).

Eine Übersicht aller Hefte der Schriftenreihe kann auch unter folgender Adresse abgerufen werden:

<http://www.f04.fh-koeln.de/fakultaet/institute/ivw/informationen/publikationen/00366/index.html>

## Köln, April 2013

### Herausgeber der Schriftenreihe / Series Editorship:

Prof. Dr. Reimers-Rawcliffe  
Prof. Dr. Peter Schimikowski  
Prof. Dr. Jürgen Strobel

Institut für Versicherungswesen /  
Institute for Insurance Studies

Fakultät für Wirtschafts- und Rechtswissenschaften /  
Faculty of Business, Economics and Law

Fachhochschule Köln / Cologne University of Applied Sciences

Web [www.ivw-koeln.de](http://www.ivw-koeln.de)

### Schriftleitung / Contact editor's office:

Prof. Dr. Jürgen Strobel

Tel. +49 221 8275-3270

Fax +49 221 8275-3277

Mail [juergen.strobel@fh-koeln.de](mailto:juergen.strobel@fh-koeln.de)

Institut für Versicherungswesen /  
Institute for Insurance Studies

Fakultät für Wirtschafts- und Rechtswissenschaften /  
Faculty of Business, Economics and Law

Fachhochschule Köln / Cologne University of Applied Sciences  
Gustav Heinemann-Ufer 54  
50968 Köln

### Kontakt Autor / Contact author:

Prof. Dr. Oskar Goecke  
Institut für Versicherungswesen /  
Institute for Insurance Studies

Fakultät für Wirtschafts- und Rechtswissenschaften /  
Faculty of Business, Economics and Law

Fachhochschule Köln / Cologne University of Applied Sciences  
Gustav Heinemann-Ufer 54  
50968 Köln

Tel. +49 221 8275-3278

Fax +49 221 8275-3277

Mail [oskar.goecke@fh-koeln.de](mailto:oskar.goecke@fh-koeln.de)

**ISSN (online) 2192-8479**