ivw Köln
Institut für Versicherungswesen

**Forschung am IVW Köln, 2/2015**

Institut für Versicherungswesen

# Mikroökonomisches Produktionsmodell für Versicherungen

**Maria Heep-Altiner, Marcel Berg**

Fachhochschule Köln
Cologne University of Applied Sciences

Forschung am IVW Köln, 2/2015

**Heep-Altiner, Berg**
**Forschungsstelle FaRis**

# Mikroökonomisches Produktionsmodell für Versicherungen

---

## Zusammenfassung

Die mikroökonomische Produktionstheorie beschreibt ein Produktionsmodell des Outputs als Funktion des Inputs und leitet aus der Grenzkostenfunktion das Angebot her. Überträgt man dieses Modell auf Versicherungen, so ergibt sich hier der Output im Wesentlichen als Funktion der beiden wichtigsten Inputfaktoren Arbeit und Kapital, wobei diese Sichtweise im Rahmen der wertorientierten Steuerung von Versicherungsunternehmen aber eher unüblich ist. Dennoch ergeben sich aus der mikroökonomischen Sichtweise durchaus auch alternative Erkenntnisse, so dass in dieser Ausarbeitung das mikroökonomische Produktionsmodell unter einigen vereinfachenden Annahmen auf das Produkt Versicherung übertragen und mit der wertorientierten Sichtweise verglichen wird.

## Abstract

The microeconomic theory of production describes a model of the output as a function of the input and derives the supply on the base of the marginal costs. By transferring this theory to insurance business, the output can be modelled as a function of the main input factors work and capital whereas this concept is relatively unusual in the context of value based management. Nevertheless, the microeconomic view provides alternative insights such that (under some simplifying assumptions) the microeconomic approach will be transferred to the insurance production and compared with value based management in this paper.

**Schlagwörter:**

Mikroökonomik, Versicherungsökonomik

# Inhaltsverzeichnis

# 1 Vorbemerkungen

Die mikroökonomische Produktionstheorie (siehe [1]) beschreibt ein Produktionsmodell des Outputs als Funktion des Inputs und leitet aus der Grenzkostenfunktion das Angebot her. Überträgt man dieses Modell auf Versicherungen, so ergibt sich hier der Output im Wesentlichen als Funktion der beiden wichtigsten Inputfaktoren Arbeit und Kapital, wobei diese Sichtweise im Rahmen der wertorientierten Steuerung (siehe [2], [3]) von Versicherungsunternehmen aber eher unüblich ist. Dennoch ergeben sich aus der mikroökonomischen Sichtweise durchaus auch alternative Erkenntnisse, so dass in dieser Ausarbeitung das mikroökonomische Produktionsmodell unter einigen vereinfachenden Annahmen auf das Produkt Versicherung übertragen und mit der wertorientierten Sichtweise verglichen wird.

Im Folgenden wird ein mikroökonomisches Produktionsmodell für Versicherungen illustriert, bei dem vereinfacht davon ausgegangen wird, dass

- das Unternehmen nur eine Sparte mit einer Anzahl X von Verträgen und
- einer Durchschnittsprämie $P_X$ pro Vertrag schreibt, wobei
- alle Zahlungen innerhalb eines Jahres stattfinden und daher auch
- Zins- und sonstige Kapitalerträge keine relevante Rolle spielen und
- alle Betrachtungen vor Steuern erfolgen.

Die Durchschnittsprämie $P_X$ kann allerdings noch nicht als Marktpreis P interpretiert werden, da ja noch der (erwartete) Schadenaufwand davon abgeht, d. h. nur der „Deckungsbeitrag"

$$P = (1 - SQ) \cdot P_X,$$

SQ die (erwartete) Schadenquote, definiert einen klassischen Marktpreis, wobei für den Umsatz

$$\begin{aligned} U &= P \cdot X \\ &= P_X \cdot X - SQ \cdot P_X \cdot X \\ &= PR - AUF \end{aligned}$$

gilt, PR die gesamte Prämie und AUF der gesamte (erwartete) Aufwand. Obwohl man den Schadenaufwand auch manchmal umgangssprachlich als „Schadenkosten" bezeichnet, stellen diese betriebswirtschaftlich gesehen keine Produktionskosten dar. Vereinfacht gesprochen ist Versicherung ein stochastischer Kredit, den das Kollektiv der Versicherungsnehmer dem Versicherungsunternehmen gewährt; dieses vereinnahmt daher nur den o. g. Deckungsbeitrag, der zur Abdeckung aller echten Produktionskosten zur Verfügung steht.

# 2 Modellansatz

In diesem Abschnitt wird zunächst das allgemeine mikroökonomische Modell unter den gegebenen Annahmen hergeleitet, dass dann im nachfolgenden Abschnitt anhand eines Zahlenbeispiels illustriert und analysiert wird.

## 2.1 Produktionsfunktion

In dem nachfolgend skizzierten Modellansatz wird davon ausgegangen, dass sich die Produktion der Versicherungsverträge X im Wesentlichen aus den Produktionsfaktoren Arbeit W (= Work) und Kapital C (= Capital) ergibt, wobei sich die Kosten K zusammensetzen aus der Summe von:

| | |
|---|---|
| $k_W \cdot W$ | Personalkosten für explizite Mitarbeiter einer Sparte wie Schadenregulierer und Underwriter, |
| $k_C \cdot C$ | Kosten für den Einsatz von Kapital, |
| $k_P \cdot PR$ | Variable Kosten in % der Prämie (wie Kommissionen, Overhead, etc.), |
| $k_X \cdot X$ | vom Arbeits- und Kapitaleinsatz unabhängige fixe Stückkosten, |
| FK | echte Fixkosten. |

Unter einer Normalverteilungshypothese (ohne Berücksichtigung von Synergien) kann man dabei vereinfacht

$$C = t_\alpha \cdot SQ \cdot CV \cdot P \cdot X$$

mit α dem VU individuell gewünschten Sicherheitsniveau und CV dem Variationskoeffizienten setzen. Dabei wird im hier skizzierten Modell davon ausgegangen, dass durch den Einsatz von mehr qualifizierten Mitarbeitern W der Variationskoeffizient CV verbessert und somit der Kapitaleinsatz gesenkt werden kann, wobei als Modell

$$CV = CV_0 \cdot (W / W_0)^{-\delta}$$

angesetzt werden soll, $W_0$ die Menge an qualifizierten Mitarbeitern, mit denen eine Basisvolatilität von $CV_0$ generiert werden kann. Somit ergibt sich also

$$C = t_\alpha \cdot SQ \cdot CV_0 \cdot (W / W_0)^{-\delta} \cdot P \cdot X \qquad \text{bzw.}$$

$$C \cdot W^\delta = (*) \cdot X \cdot W_0^\delta$$

unter der Hypothese eines abnehmenden Grenznutzens ergibt sich tendenziell ein Zusammenhang

$$W_0 = (**) \cdot X^d$$

mit d > 1, da man aufgrund von Marktbegrenzungen relativ gesehen immer mehr qualifizierte Mitarbeiter braucht, um neue Verträge einer bestimmten Qualität zu produzieren. Setzt man dies jetzt in die Gleichung für das Kapital ein, so erhält man eine Beziehung

$$C \cdot W^{\delta} = (***) \cdot X^{1 + d \cdot \delta}.$$

Für $\lambda := (1 + d \cdot \delta)^{-1}$ und ein geeignet definiertes Basisniveau $X^0$ ergibt sich nun

$$X = X_0 \cdot W^{\delta \cdot \lambda} \cdot C^{\lambda}$$

und somit eine Cobb-Douglas Produktionsfunktion mit den Skalenerträgen $s = (1 + \delta) \cdot \lambda$. Falls wie angenommen $d > 1$ gilt, ergeben sich (realistischer Weise) sinkende Skalenerträge (SKE).

## 2.2 Gewinnmaximierung

Ziel eines rationalen ökonomischen Handels ist, den Gewinn als Differenz aus Umsatz abzüglich der Kosten zu maximieren, wobei für das hier skizzierte Modell die Beziehung

$$\begin{aligned} G &= P \cdot X - (k_W \cdot W + k_C \cdot C + k_X \cdot X + FK) \\ &= (P - k_X) \cdot X - (k_W \cdot W + k_C \cdot C + FK) \\ &= (P - k_X) \cdot X_0 \cdot W^a \cdot C^b - (k_W \cdot W + k_C \cdot C + FK) \end{aligned}$$

mit $a = \delta \cdot \lambda$ und $b = \lambda$ gilt. Dies ist eine Funktion in den zwei Variablen W und C, wobei im Gewinnmaximum[1] die partiellen Ableitungen in W und C null sein müssen, d. h.

$$\begin{aligned} (\partial/\partial W)\, G &= a \cdot (P - k_X) \cdot X_0 \cdot W^{a-1} \cdot C^b - k_W = 0 \\ (\partial/\partial C)\, G &= b \cdot (P - k_X) \cdot X_0 \cdot W^a \cdot C^{b-1} - k_C = 0. \end{aligned}$$

formt man diese beiden Gleichungen um und teilt sie durcheinander, so ergibt sich die Beziehung

$$(k_W \cdot W) / (k_C \cdot C) = a / b.$$

Bei sinkenden Skalenerträgen $s = a + b$ ist dies ein Maximum und bei steigenden Skalenerträgen ein Minimum. Hierbei ist generell zu beachten, dass (beispielsweise aufgrund von hohen Fixkosten) ein Gewinnmaximum nicht automatisch bedeutet, dass auch ein Gewinn vorliegt. Ein Gewinnmaximum kann durchaus auch ein *Verlustminimum* sein.

Das zuvor hergeleitete Maximum ist u. U. nicht sofort realisierbar, da man üblicherweise kurzfristig nicht alle Produktionsfaktoren variieren kann. In diesem Fall erhält man nur das Maximum unter der Bedingung, dass einer der beiden Produktionsfaktoren fix ist. So erhält man beispielsweise bei fixem Kapitaleinsatz $C_0$ die folgende Gleichung:

[1] Die hier hergeleitete Beziehung gilt streng genommen nur in einer Wettbewerbssituation, in der ein einzelner Marktteilnehmer den Marktpreis P nicht beeinflussen kann.

$$G = P \cdot X - (k_W \cdot W + k_C \cdot C_0 + k_X \cdot X + FK)$$

$$= (P - k_X) \cdot X - (k_W \cdot W + k_C \cdot C_0 + FK)$$

Löst man diese Gleichung nach X auf, so ergibt sich die sogenannte Isogewinnlinie

$$X = k_W / (P - k_X) \cdot W + (G + k_C \cdot C_0 + FK) / (P - k_X)$$

Bei festem Kapitaleinsatz $C_0$ erhält man aber auch die Produktionsfunktion

$$X = X_0 \cdot W^a \cdot C_0^b$$

als Funktion in der Variablen W. Für $a < 1$ ergibt sich das (bedingte) Gewinnmaximum genau dort, wo die Isogewinnlinie die Produktionsfunktion berührt.

Für jeden festen Output X ergibt sich ein fester Erlös $E = P \cdot X$. In diesem Fall ergibt sich das Gewinnmaximum beim Kostenminimum, d. h. den minimalen Kosten, zu denen der Output X produziert werden kann. Durch diese minimalen Kosten je Output X ergibt sich dann die Kostenfunktion, die im nächsten Abschnitt erläutert wird.

## 2.3 Kostenfunktion

Bei einer Cobb-Douglas Produktionsfunktion kann die Struktur der Kostenfunktion aufgrund der zuvor skizzierten Optimalitätsbedingen relativ einfach hergeleitet werden. Aufgrund der getroffenen Annahmen ergibt sich für die Gesamtkosten dann eine Beziehung

$$K = c_0 + c_1 \cdot X + c_2 \cdot X^{1/s}.$$

Für die einzelnen Koeffizienten gilt dabei

$$c_0 = FK$$

$$c_1 = k_X$$

$$c_2 = c_2(a, b, k_W, k_C) > 0.$$

Für die Durchschnittskosten DK, die durchschnittlichen variablen Kosten DVK und die Grenzkosten GK gelten folgende Beziehungen:

$$DK = c_0 / X + c_1 + c_2 \cdot X^{(1/s - 1)}$$

$$DVK = c_1 + c_2 \cdot X^{(1/s - 1)}$$

$$GK = c_1 + (c_2 / s) \cdot X^{(1/s - 1)}$$

Aus diesen Kostenfunktionen kann dann (in einer Wettbewerbssituation) das inverse Angebot hergeleitet werden.

## 2.4 Angebotsfunktion

Wieviel Verträge sollte also in diesem vereinfachten Modellansatz das Versicherungsunternehmen produzieren, wenn es seinen Gewinn maximieren will? Unter einer Wettbewerbsannahme (die bei einem derart einfach konzipierten Produkt als gegeben angesehen werden kann) ergeben sich bei der o. a. Struktur der Kostenfunktion für die inverse Angebotsfunktion die Beziehungen

$$
\begin{aligned}
P &= GK(X) \\
&\geq DVK(X) && \text{für die kurzfristige Angebotsfunktion,} \\
&\geq DK(X) && \text{für die langfristige Angebotsfunktion.}
\end{aligned}
$$

Beim kurzfristigen inversen Angebot genügt es, wenn der Umsatz zur Fixkostendeckung beiträgt, langfristig muss aber in jedem Fall ein Gewinn $\geq 0$ produziert werden. Für die kurzfristige inverse Angebotskurve ergibt sich also die Beziehung

$$c_1 + (c_2/s) \cdot X^{(1/s-1)} \geq c_1 + c_2 \cdot X^{(1/s-1)}$$

was für $X \geq 0$ und $s \leq 1$ immer erfüllt ist. Für die langfristige inverse Angebotsfunktion gilt

$$
\begin{aligned}
c_1 + (c_2/s) \cdot X^{(1/s-1)} &\geq c_0 / X + c_1 + c_2 \cdot X^{(1/s-1)} && \text{bzw.} \\
c_2 \cdot (1/s - 1) \cdot X^{1/s} &\geq c_0 && \text{bzw.} \\
X &\geq (s/c_2)^s \cdot (c_0 / (1-s))^s
\end{aligned}
$$

Für die (kurzfristige) inverse bzw. normale Angebotsfunktion ergibt sich also

$$
\begin{aligned}
P &= c_1 + (c_2 / s) \cdot X^{(1/s-1)} \\
X &= ((P - c_1) \cdot s / c_2)^{s/(1-s)}
\end{aligned}
$$

mit $X \geq 0$ bzw. $P \geq c_1$. Für die langfristige Angebotsfunktion ergibt sich zusätzlich noch die Ungleichung

$$
\begin{aligned}
X &= ((P - c_1) \cdot s / c_2)^{s/(1-s)} \geq (s/c_2)^s \cdot (c_0 / (1-s))^s && \text{bzw.} \\
(P - c_1) \cdot s / c_2 &\geq (s/c_2)^{1-s} \cdot (c_0 / (1-s))^{1-s} && \text{bzw.} \\
P &\geq c_1 + (c_2 / s)^s \cdot (c_0 / (1-s))^{1-s}
\end{aligned}
$$

Im nachfolgenden Abschnitt soll dieses Modell an Hand eines Beispiels illustriert werden.

# 3 Berechnungsbeispiel

In diesem Beispiel wird ein sehr kleines Versicherungsunternehmen betrachtet, dass mit einigen wenigen qualifizierten Mitarbeitern nur sehr einfaches Einspartengeschäft schreibt. Vertrieb, Overhead etc. sind in einem variablen Kostensatz in % der Prämie abgedeckt. Für dieses Unternehmen werden folgende Annahmen getroffen:

| | |
|---|---:|
| Verträge in Tsd. | 200,0 |
| Prämie pro Vertrag in € | 250,0 |
| Gesamtprämie in T€ | 50.000,0 |
| Mittlere Schadenquote | 65,0% |
| Marktpreis pro Vertrag in € | 87,5 |

Da es sich um einen Wettbewerbsmarkt handelt, kann das Unternehmen die Prämie und die erwartete Schadenquote nicht beeinflussen; hier ergeben sich nur dann im Modell Veränderungen, wenn diese sich aufgrund geänderter Marktbedingungen für den gesamten Markt ergeben. Das Unternehmen kann aber sehr wohl entscheiden, wie viele Verträge es optimaler Weise anbietet. Im Hinblick auf den Eigenkapitalbedarf ergeben sich die nachfolgenden Parameter:

| | |
|---|---:|
| Mittlerer Aufwand in T€ | 32.500,0 |
| Variationskoeffizient | 50,0% |
| Standardabweichung in T€ | 16.250,0 |
| Sicherheitsniveau | 300,0% |
| Eigenkapitalbedarf in T€ | 48.750,0 |

Das Sicherheitsniveau entspricht unter einer Normalverteilungsannahme in etwa einem guten A-Rating, wobei in diesem Beispiel davon ausgegangen werden soll, dass das Unternehmen aufgrund seines Geschäftsmodells in dieser Hinsicht nichts mehr ändert. Der Variationskoeffizient und somit die Volatilität kann aber (wie bereits im allgemeinen Modellansatz erläutert) verbessert werden, indem man mehr qualifizierte Mitarbeiter einsetzt, die eine bessere Risikosteuerung vornehmen können.

## 3.1 Produktionsfunktion

Zunächst einmal soll für dieses Unternehmen die Produktionsfunktion gemäß des zuvor ermittelten Modellansatzes ermittelt werden, wobei die Cobb-Douglas Parameter a und b unter der Voraussetzung hergeleitet werden, dass das Unternehmen Kosten minimal produziert. Für die Modellierung der Kostenfunktion werden dabei folgende Kostenparameter angesetzt:

| | |
|---|---:|
| variable Kosten in % der Prämie | 12,5% |
| Kosten pro Vertrag in € | 31,3 |
| MA Kostensatz p.a. in T€ | 100,0 |
| Kapitalkostensatz in % (vor St.) | 12,5% |

Die Kosten pro Vertrag ergeben sich dabei als 31,3 = 12,5% · 250. Der Mitarbeiterkostensatz entspricht einem Vollkostensatz pro Jahr (und übersteigt damit das Durchschnittsgehalt).

Bei den Kapitalkosten ist zu beachten, dass diese betriebswirtschaftlich zwar Kosten im Sinne von Opportunitätskosten darstellen, steuerrechtlich aber als Gewinn interpretiert werden, was zu unterschiedlichen Gewinndefinitionen führt (worauf später noch eingegangen wird). Da in der hier durchgeführten Beispielrechnung Steuern nicht berücksichtigt werden, muss der Kapitalkostensatz vor Steuern angegeben werden; der Kapitalkostensatz nach Anwendung eines Steuersatzes von 25% beträgt dann beispielsweise 9,4%. Es handelt sich hier um die vergleichsweise moderaten Gewinnerwartungen eines Privatkundenversicherers. Für diese Unternehmen ergeben sich folgende Gesamtkosten (vor Steuern):

| **Kosten (vor Steuern)** | | **Bezugsgröße** | **Kostensatz** | **Wert** | |
|---|---|---|---|---|---|
| Mitarbeiterkosten | in T€ | 40 | 100,0 | 4.000,0 | *39,6%* |
| Kapitalkosten | in T€ | 48.750,0 | 12,5% | 6.093,8 | *60,4%* |
| Fixe Stückkosten | in T€ | 200,0 | 31,3 | 6.250,0 | |
| Echte Fixkosten | in T€ | | | 2.500,0 | |
| **Gesamt** | **in T€** | | | **18.843,8** | |

Für jeden gegebenen Output X ist die Summe aus fixen Stückkosten (STK) und echten Fixkosten (FK) konstant, so dass (unter der Annahme kostenminimaler Produktion) sich die Cobb-Douglas Parameter a und b wie 39,6% : 60,4% verhalten. Geht man von sinkenden Skalenerträgen von 80% aus, dann ergibt sich konkret

$$a = 80\% \cdot 39{,}6\% = 31{,}7\%$$

$$b = 80\% \cdot 60{,}4\% = 48{,}3\%.$$

Auf Basis dieser Ergebnisse erhält man die nachfolgende Cobb-Douglas Produktionsfunktion für die Anzahl der Verträge in Tsd.:

$$X = 0{,}338 \cdot W^{0{,}317} \cdot C^{0{,}483}.$$

In der nachfolgenden Abbildung sind für X = 200 und X = 250 die Isoquanten dieser Produktionsfunktion illustriert:

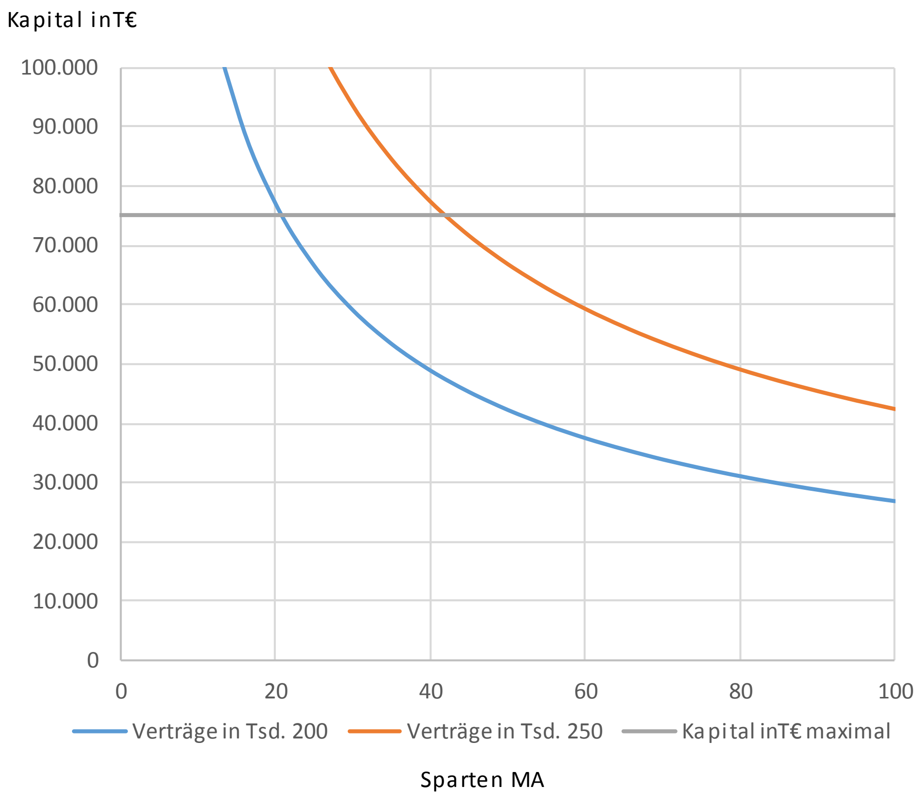


**Abbildung 1: Isoquanten der Cobb-Douglas Produktionsfunktion.**

Man kann aus dieser Abbildung sofort erkennen, dass bei einem maximal verfügbaren Kapital von 75.000 T€ mit 40 qualifizierten Spartenmitarbeitern zwar 200 Tsd. aber nicht 250 Tsd. Verträge produziert werden können, da bei einer derart geringen Anzahl von qualifizierten Mitarbeitern aufgrund des schlechteren Risikomanagements relativ gesehen mehr Eigenkapital benötigt wird.

In der nächsten Abbildung ist illustriert, welche Stückzahlen bei gegebenem Ausgangskapital unter Variation des Mitarbeitereinsatzes (und damit einhergehend verändertem Risikomanagement) produziert werden können:

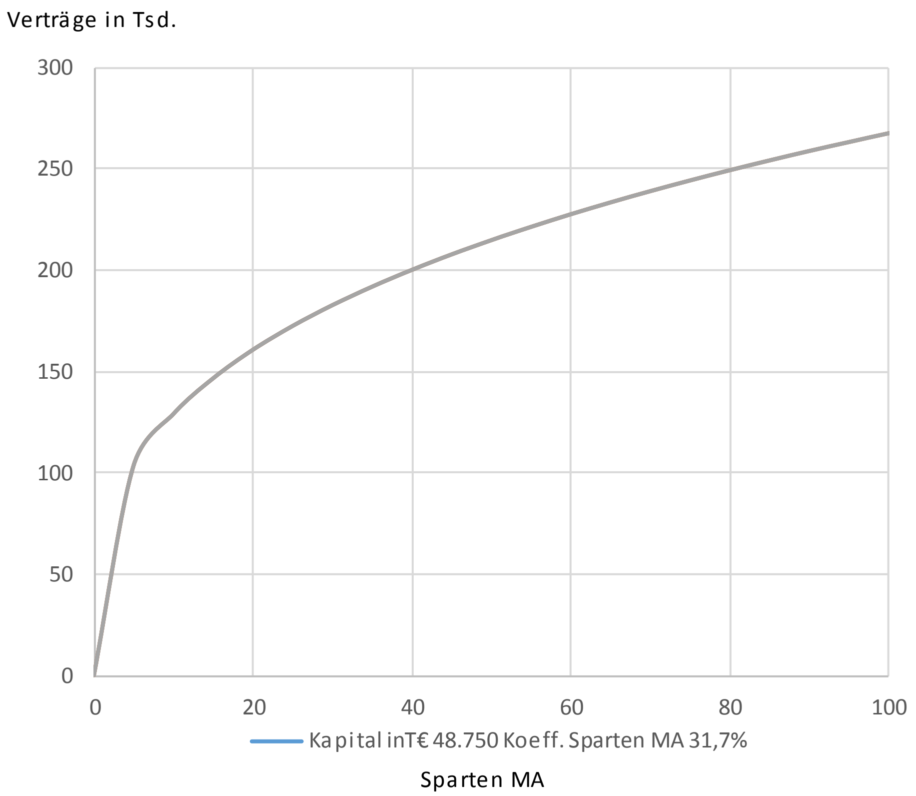


**Abbildung 2: Produktionsfunktion bei Fixierung des Faktors Kapital.**

Bei gegebenem Ausgangskapital kann in diesem Modellansatz eine Stückzahl von 250 Tsd. Verträgen von 80 qualifizierten Mitarbeitern produziert werden, die durch verbessertes Risikomanagement die Volatilität (und somit den relativen Kapitalbedarf) reduzieren können.

## 3.2 Gewinnmaximierung

Im nachfolgenden Berechnungsschema sind zunächst einmal die unterschiedlichen in diesem Beispiel auftauchenden Gewinnbegriffe miteinander verglichen:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Umsatz (= Prämien - Schäden) | in T€ | vor Steuer | 17.500,0 | |
| Kosten | in T€ | vor Steuer | 12.750,0 | *25,5%* |
| **Gewinn vor Kapitalkosten** | **in T€** | **vor Steuer** | **4.750,0** | ***9,5%*** |
| Kapitalkosten | in T€ | vor Steuer | 6.093,8 | *12,2%* |
| **Gewinn nach Kapitalkosten** | **in T€** | **vor Steuer** | **-1.343,8** | |

Der Gewinn vor Kapitalkosten entspricht dem (versicherungstechnischen) Vorsteuergewinn in der Bilanz, wobei die Kostenquote 25,5 % beträgt. Nicht versicherungstechnische GuV Komponenten wurden in diesem einfachen Modellansatz nicht berücksichtigt. Der Gewinn nach Kapitalkosten ist negativ, d. h. das Unternehmen kann trotz eines bilanziellen Gewinns die geforderten Kapitalkosten nicht produzieren.

Da die fixen Stückkosten STK unabhängig von Arbeits- oder Kapitaleinsatz anfallen, ergibt sich daraus de facto ein entsprechend „gekürzter" Preis P – STK, den man bei der Isogewinnlinie berücksichtigen muss. Dies kann allerding nicht als neuer Marktpreis interpretiert werden, da – anders als beim Markt Schadendurchschnitt – das Unternehmen durchaus seine Kommissionen und Overheadkosten beeinflussen kann.

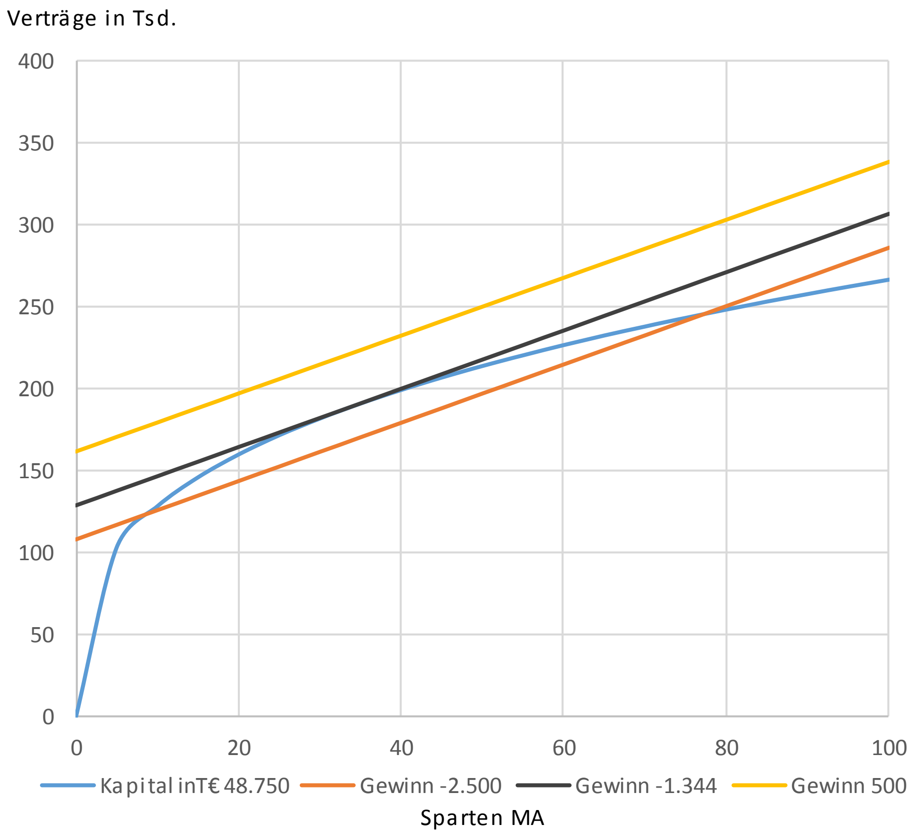


**Abbildung 3: Isogewinnlinien bei Fixierung des Faktors Kapital, Markt SQ = 65%.**

Bei einer Marktschadenquote von 65% kann bei gegebenem Kapitaleinsatz kein ökonomischer Gewinn erzielt werden; die Situation verändert sich allerdings, wenn sich die Marktschadenquote auf 60% verbessert (wodurch sich der Kapitalbedarf auf 45.000 T€ verringert), siehe dazu auch die nachfolgende Abbildung:

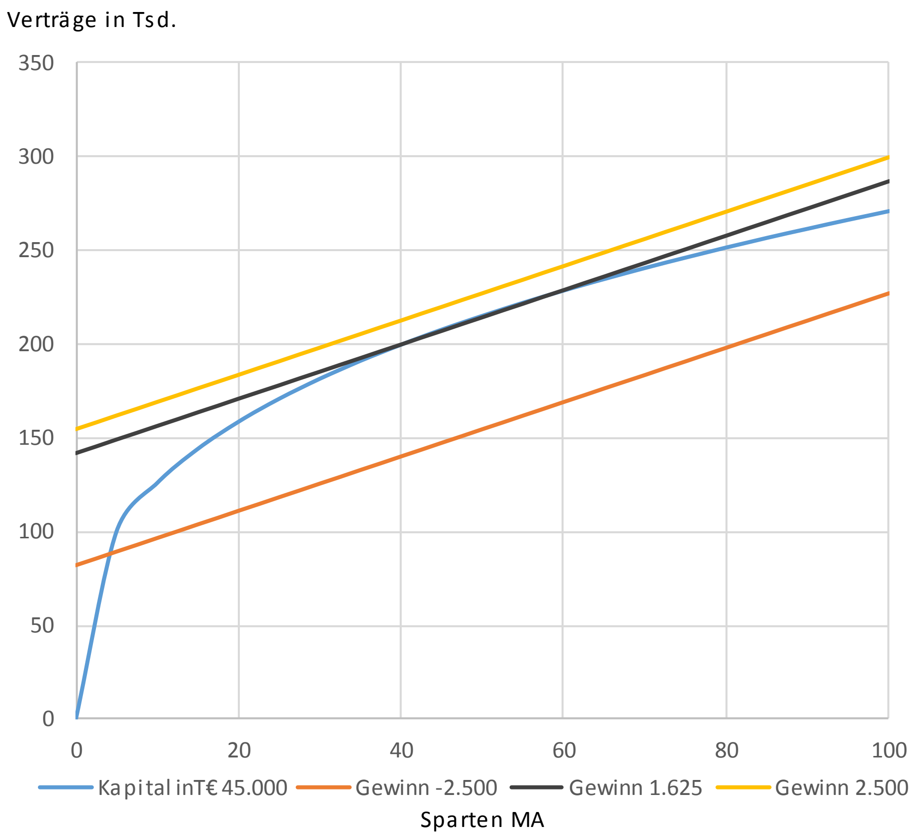


**Abbildung 4: Isogewinnlinien bei Fixierung des Faktors Kapital, Markt SQ = 60%.**

Aufgrund der Annahme, dass die gegebene Produktion kostenminimal erfolgte, berührt die Isoquante für 200 Tsd. Verträge die Isokostenlinie, wobei man allerdings bei dieser Betrachtung die „outputfixen" Kosten

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Fixe Stückkosten | in T€ | 200,0 | 31,3 | 6.250,0 |
| Echte Fixkosten | in T€ | | | 2.500,0 |
| **outputfixe Kosten** | **in T€** | | | **8.750,0** |

nicht berücksichtigen darf, sondern nur die Kosten, die wirklich variabel in den Produktionsfaktoren Arbeit und Kapital sind, d. h.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Mitarbeiterkosten | in T€ | 40 | 100,0 | 4.000,0 |
| Kapitalkosten | in T€ | 48.750,0 | 12,5% | 6.093,8 |
| **variable Kosten** | **in T€** | | | **10.093,8** |

In der nachfolgenden Abbildung ist dieser Sachverhalt veranschaulicht.

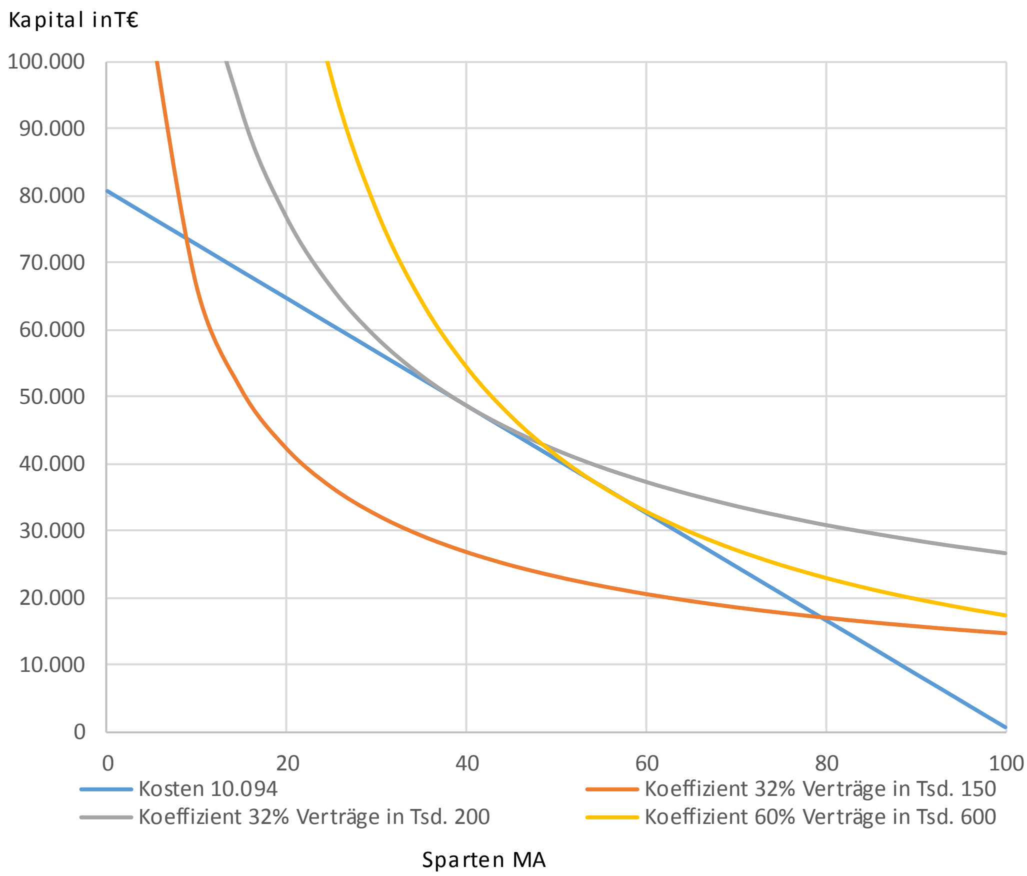


**Abbildung 5: Isokostenlinie und Isoquanten.**

Aufgrund der Annahme, dass die Ausgangssituation kostenminimal produziert wurde, berührt die Isoquante für 200 Tsd. Verträge die Kostenlinie, während die Isoquante für 150 Tsd. Verträge die Kostengerade nur schneidet und somit suboptimal ist. Darüber hinaus ist der optimale Punkt für eine Situation mit völlig anderen Ausgangsparametern dargestellt.

## 3.3 Kostenfunktion

Unter der Hypothese, dass der Output von 200 Tsd. Verträgen kostenminimal produziert wurde, ergeben sich für das Versicherungsunternehmen die folgenden Kostenfunktionen:

$$K(X) = 2.500 + 31{,}3 \cdot X + 13{,}4 \cdot X^{1{,}25}$$

$$DK(X) = 2.500 / X + 31{,}3 + 13{,}4 \cdot X^{0{,}25}$$

$$DVK(X) = 31{,}3 + 13{,}4 \cdot X^{0{,}25}$$

$$GK(X) = 31{,}3 + 16{,}8 \cdot X^{0{,}25}$$

Die Kostenfunktionen sind in der nachfolgenden Abbildung illustriert, wobei aus Gründen der Darstellbarkeit die Gesamtkosten in Mio. € angegeben wurden.

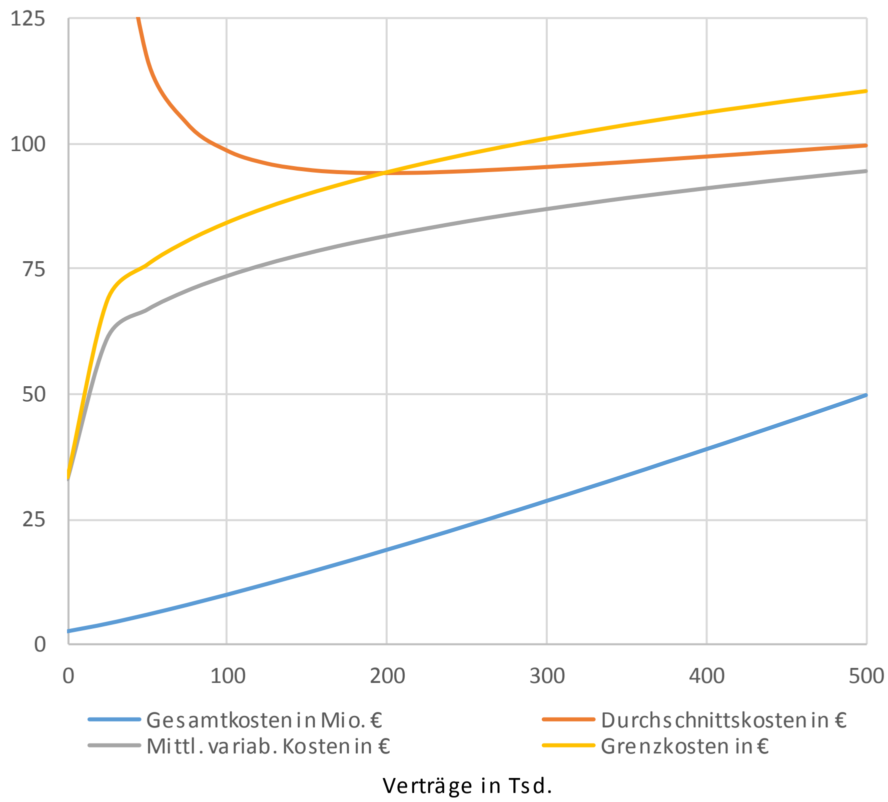


**Abbildung 6: Kostenfunktionen.**

Die Grenzkosten sind stets ansteigend und liegen permanent (bis auf den Wert bei X = 0) über den durchschnittlichen variablen Kosten; oberhalb der durchschnittlichen variablen Kosten liegen Sie erst ab einem Schwellenwert von 198,5 Tsd. Verträgen.

## 3.4 Angebotsfunktion

In einem Wettbewerbsmarkt kann das inverse Angebot aus der Grenzkostenkurve abgeleitet werden, siehe dazu auch die nachfolgende Abbildung:

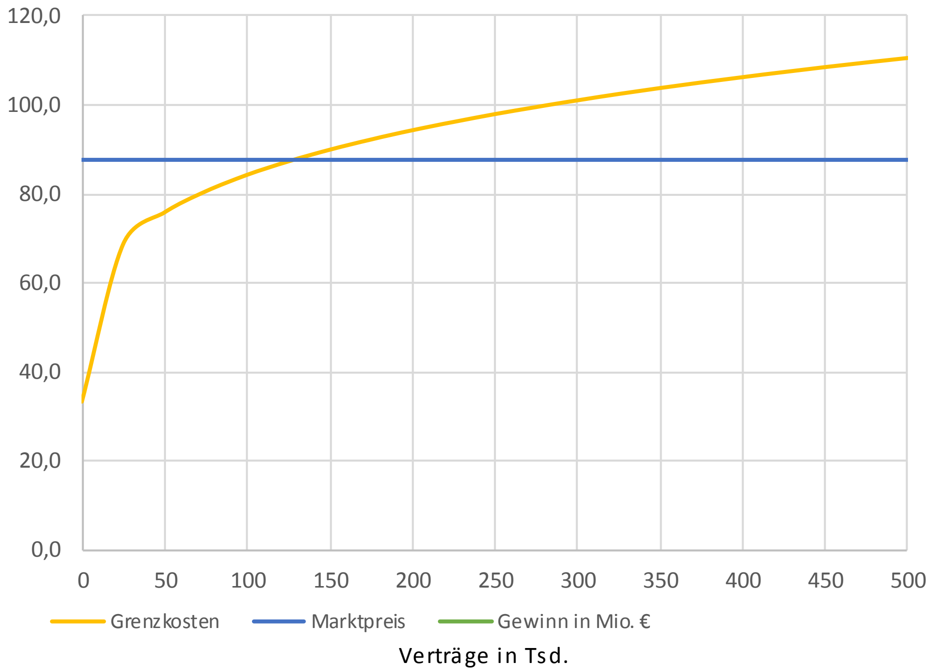


**Abbildung 7: Grenzkostenkurve und Marktpreis P = 87,5 €.**

Da die Grenzkostenkurve im Schnittpunkt mit dem Marktpreis ansteigt, ist der Gewinn in diesem Punkt maximal, allerdings handelt es sich im konkreten Fall nicht um ein Gewinnmaximum (im Sinne eines positiven Wertes), sondern um ein Verlustminimum. Allerdings trägt die Produktion zur Deckung der Fixkosten bei und ist somit kurzfristig sinnvoll. Bei dem gegebenen Marktpreis aus dem Beispiel wäre es sinnvoller, deutlich weniger als 200 Tsd. Verträge zu produzieren, da man dadurch den Verlust reduziert.

In die echte Gewinnzone kommt man erst ab ca. 198,5 Tsd. Verträgen bei einem Marktpreis von ca. 94,2 €, was in etwa einer Schadenquote von 62,3% entspricht.

Bei einem Marktpreis von 100,0 € (d. h. einer Schadenquote von 60,0%) ergibt sich dann bereits ein Gewinnmaximum von ca. 1,38 Mio. €, siehe dazu auch die nachfolgende Abbildung.

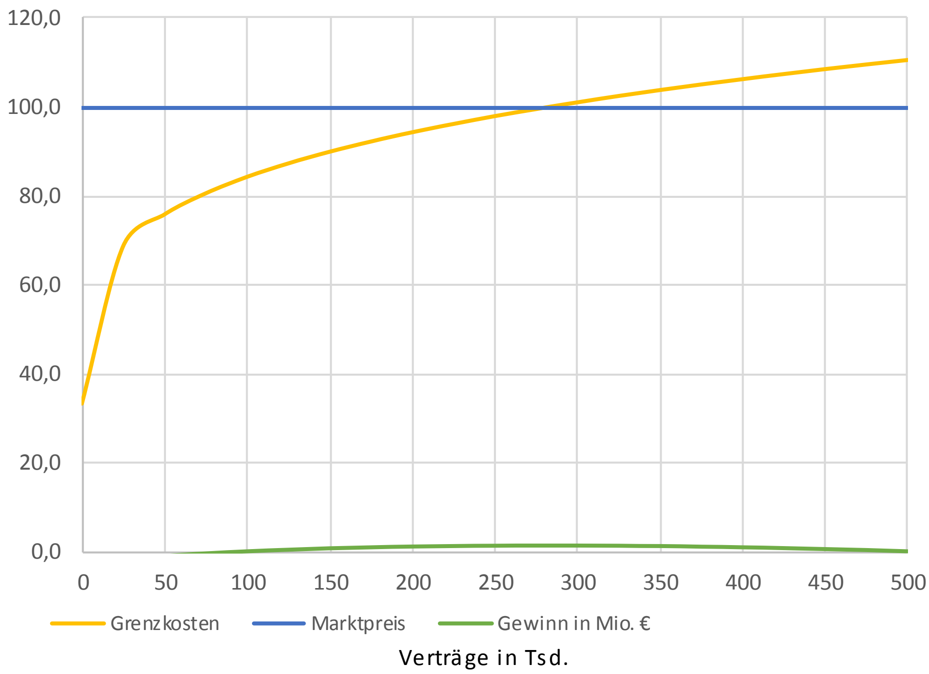


**Abbildung 8: Grenzkostenkurve und Marktpreis P = 100,0 €.**

Aufgrund des zuvor erläuterten Modellansatzes ergibt sich die kurzfristige inverse Angebotsfunktion direkt aus der Grenzkostenkurve; für die normale Angebotsfunktion gilt die Beziehung

$$X = ((P - 31{,}3) / 16{,}8)^4$$

In der nachfolgenden Abbildung sind die Angebotsfunktionen für verschiedene Skalenerträge dargestellt:

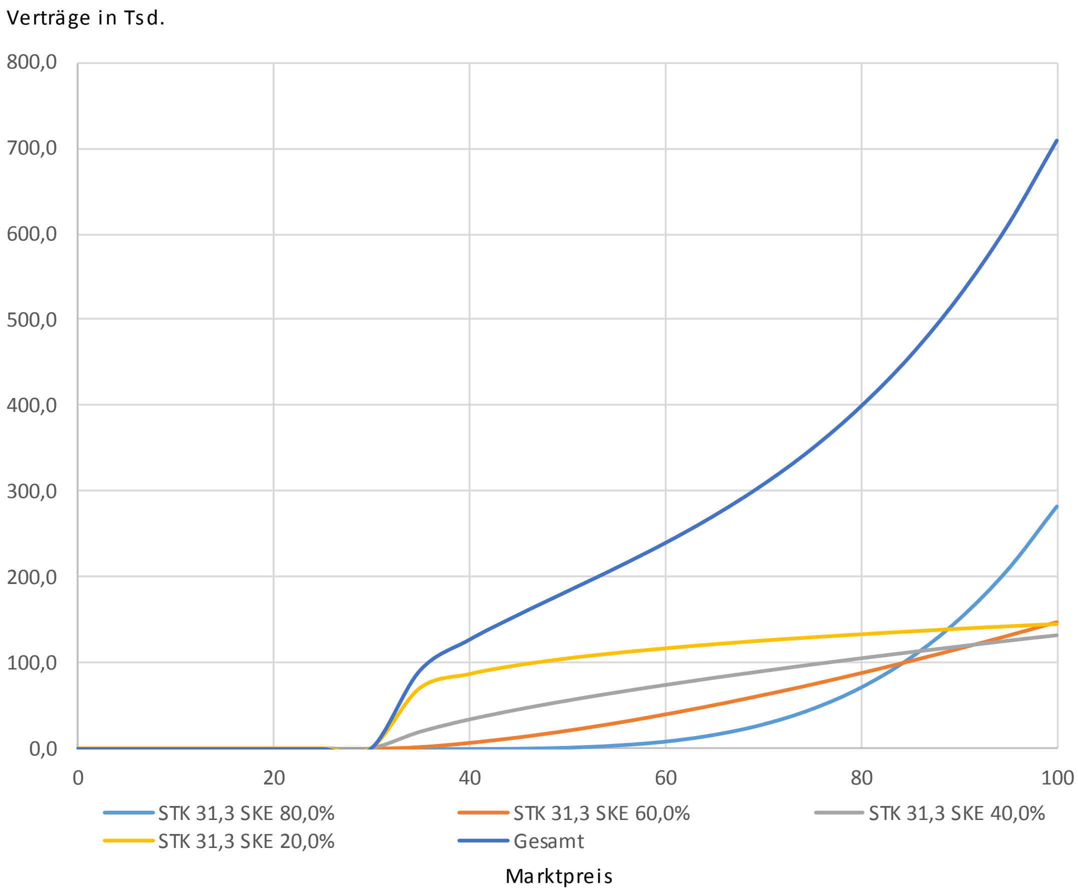


**Abbildung 9: Angebotsfunktionen in Abhängigkeit von den Skalenerträgen.**

Sofern die Skalenerträge oberhalb von 50% liegen, ergeben sich sehr elastische Angebotsfunktionen. Bei Skalenerträge unterhalb von 50% ist das Angebot eher unelastisch, d. h. Preisänderungen haben keine großen Auswirkungen.

# 4 Fazit

Die Beurteilung der Produktion von Versicherungsverträgen erfolgt üblicherweise mit den Methoden der wertorientierten Steuerung, bei denen benötigtes Kapital und (ökonomischer) Ertrag miteinander verglichen werden. Eine Beurteilung mit mikroökonomischen Methoden ist eher unüblich.

Bereits in [2] wurde illustriert, wie man mit der mikroökonomischen Theorie der Güter / Ungüter angewendet auf das Risiko & Rendite Profil des Asset & Liability Portfolios eines Versicherungsunternehmens und den dazu korrespondierenden Präferenzfunktionen RoRaC[2] und EVA[3] optimale Konstellationen ermitteln kann.

Dabei lassen sich durchaus auch die Modellansätze der mikroökonomischen Produktionstheorie auf die Produktion von Versicherung übertragen und liefern dabei interessante Erkenntnisse.

Geht man von einer festen Ausgangssituation aus und setzt voraus, dass die Produktion in diesem Fall kostenminimal erfolgte, dann kann man die Kostenfunktion in Abhängigkeit von der produzierten Menge herleiten.

Bei der Definition des Marktpreises ergeben sich einige konzeptionelle Besonderheiten. Da Versicherung auch als stochastischer Kredit der Versicherungsnehmer an das Unternehmen interpretiert werden kann, kann man nicht die (durchschnittliche) Versicherungsprämie als Marktpreis ansetzen, sondern muss mindestens den erwarteten Schadenaufwand abziehen. Konzeptionell könnte man auch outputfixe Kosten abziehen. Das Gewinnmaximum ändert sich dadurch nicht, die Angebotskurve ergibt sich aber durch eine geeignete Transformation.

Analysiert man unter diesen Annahmen die Versicherungsproduktion, so kann man erkennen, ob (annähernd) gewinnmaximal produziert wurde oder ob die Inputfaktoren Arbeit und Kapital ggf. umgeschichtet werden sollten.

Sofern man ein vernünftig parametrisiertes Modell hat, kann man bei solchen „Umschichtungsanalysen“ sehr gut den Effekt von Risikomanagement bedingt durch einen intensiveren Einsatz von qualifizierten Mitarbeitern analysieren. Hier bieten die üblichen Ansätze aus der wertorientierten Steuerung kaum Ansatzpunkte. Selbst das in [2] angesetzte Modell liefert nur Aussagen zu einer optimalen Zusammensetzung bei gegebenem Volumen, nicht aber Aussagen zu einem optimalen Volumen. Insofern sind auch bei der Produktion von Versicherung mikroökonomische Modellansätze ggf. hilfreiche Ergänzungen zur Analyse des Geschäfts.

---

[2] Return on Risk adjusted Capital = ökonomischer Ertrag / Benötigtes Kapital.

[3] Economic Value Added = ökonomischer Ertrag – Kapitalkostensatz · Benötigtes Kapital. Geschützter Begriff der Unternehmensberatung Stern & Steward.

# Literaturverzeichnis


[1] Varian: Grundzüge der Mikroökonomik. Oldenbourg, 8. Auflage, 2011.

[2] Heep-Altiner, Kowitz, Lietz, Moknine: Wertorientierte Steuerung in der Schadenversicherung. Schritt für Schritt zur wert- und risikoorientierten Unternehmenssteuerung. Verlag Versicherungswirtschaft, Karlsruhe, 2014.

[3] Ehrlich, Farny (Hrsg.): Wertorientierte Steuerung von Versicherungsunternehmen mit Solvency II, Versicherungswirtschaft Köln, Band 57, Josef Eul Verlag GmbH, Köln, 2009.

[4] Graf von der Schulenburg: Versicherungsökonomik: Ein Leitfaden für Studium und Praxis. Verlag Versicherungswirtschaft, Karlsruhe, 2005.

# Abbildungsverzeichnis

# Impressum

Diese Veröffentlichung erscheint im Rahmen der Online-Publikationsreihe „Forschung am IVW Köln". Alle Veröffentlichungen dieser Reihe können unter www.ivw-koeln.de oder hier abgerufen werden.

**Forschung am IVW Köln, 2/2015**
**Heep-Altiner, Berg: Mikroökonomisches Produktionsmodell für Versicherungen**
**Köln, Januar 2015**

**ISSN (online) 2192-8479**



Kontakt Autor / Contact author:

Prof. Dr. Maria Heep-Altiner
Institut für Versicherungswesen /
Institute for Insurance Studies

Fakultät für Wirtschafts- und Rechtswissenschaften /
Faculty of Business, Economics and Law

Fachhochschule Köln / Cologne University of Applied Sciences
Gustav Heinemann-Ufer 54
50968 Köln

Tel. +49 221 8275-3449
Fax +49 221 8275-3277

Mail maria.heep-altiner@fh-koeln.de

## Zuletzt erschienen im Rahmen von „Forschung am IVW Köln“

**2015**

- Institut für Versicherungswesen: Forschungsbericht für das Jahr 2014, Nr. 1/2015

**2014**

- Müller-Peters, Völler (beide Hrsg.): Innovation in der Versicherungswirtschaft, Nr. 10/2014
- Knobloch: Zahlungsströme mit zinsunabhängigem Barwert, Nr. 9/2014
- Heep-Altiner, Münchow, Scuzzarello: Ausgleichsrechnungen mit Gauß Markow Modellen am Beispiel eines fiktiven Stornobestandes, Nr. 8/2014
- Grundhöfer, Röttger, Scherer: Wozu noch Papier? Einstellungen von Studierenden zu E-Books, Nr. 7/2014
- Heep-Altiner, Berg (beide Hrsg.): Katastrophenmodellierung - Naturkatastrophen, Man Made Risiken, Epidemien und mehr. Proceedings zum 6. FaRis & DAV Symposium am 13.06.2014 in Köln, Nr. 6/2014
- Goecke (Hrsg.): Modell und Wirklichkeit. Proceedings zum 5. FaRis & DAV Symposium am 6. Dezember 2013 in Köln, Nr. 5/2014
- Heep-Altiner, Hoos, Krahforst: Fair Value Bewertung von zedierten Reserven, Nr. 4/2014
- Heep-Altiner, Hoos: Vereinfachter Nat Cat Modellierungsansatz zur Rückversicherungsoptimierung, Nr. 3/2014
- Zimmermann: Frauen im Versicherungsvertrieb. Was sagen die Privatkunden dazu?, Nr. 2/2014
- Institut für Versicherungswesen: Forschungsbericht für das Jahr 2013, Nr. 1/2014

**2013**

- Heep-Altiner: Verlustabsorbierung durch latente Steuern nach Solvency II in der Schadenversicherung, Nr. 11/2013
- Müller-Peters: Kundenverhalten im Umbruch? Neue Informations- und Abschlusswege in der Kfz-Versicherung, Nr. 10/2013
- Knobloch: Risikomanagement in der betrieblichen Altersversorgung. Proceedings zum 4. FaRis & DAV-Symposium am 14. Juni 2013, Nr. 9/2013
- Strobel (Hrsg.): Rechnungsgrundlagen und Prämien in der Personen- und Schadenversicherung - Aktuelle Ansätze, Möglichkeiten und Grenzen. Proceedings zum 3. FaRis & DAV Symposium am 7. Dezember 2012, Nr. 8/2013
- Goecke: Sparprozesse mit kollektivem Risikoausgleich - Backtesting, Nr. 7/2013
- Knobloch: Konstruktion einer unterjährlichen Markov-Kette aus einer jährlichen Markov-Kette, Nr. 6/2013
- Heep-Altiner et al. (Hrsg.): Value-Based-Management in Non-Life Insurance, Nr. 5/2013
- Heep-Altiner: Vereinfachtes Formelwerk für den MCEV ohne Renewals in der Schadenversicherung, Nr. 4/2013
- Müller-Peters: Der vernetzte Autofahrer – Akzeptanz und Akzeptanzgrenzen von eCall, Werkstattvernetzung und Mehrwertdiensten im Automobilbereich, Nr. 3/2013
- Maier, Schimikowski: Proceedings zum 6. Diskussionsforum Versicherungsrecht am 25. September 2012 an der FH Köln, Nr. 2/2013
- Institut für Versicherungswesen: Forschungsbericht für das Jahr 2012, Nr. 1/2013